

旋转流变测量：原理、仪器及测试

TA Instruments – Waters LLC

www.tainstruments.com

021-34182000



旋转流变测量

- 流变测量原理
 - 应变、应变速率、应力
 - 模量、黏度
 - 线性黏弹性
 - 时间尺度、温度效应
- 旋转流变仪
 - 简单剪切变形
 - 旋转流变仪
 - 角位移、角速率、扭矩
 - 工作方程
 - 测量夹具
 - 样品准备
- 旋转流变测试模式
 - 阶跃 (Step)
 - 应变
 - 应变速率
 - 应力
 - 流动 (Flow)
 - 斜坡
 - 扫描
 - 变温
 - 振荡 (Oscillation)
 - 振幅
 - 频率
 - 时间
 - 变温

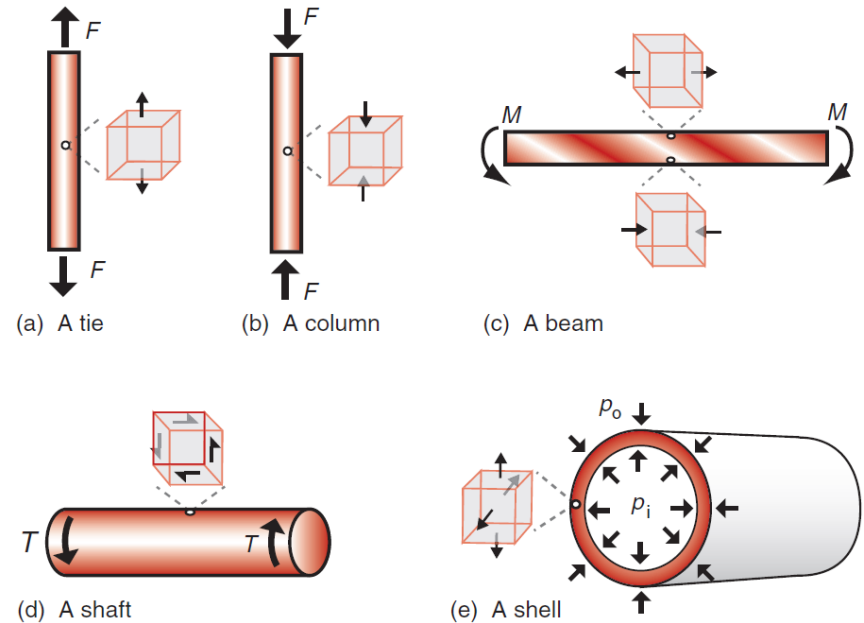
流变测量原理

流变学是研究物质流动和变形的科学

变形

- 变形 (Deformation)

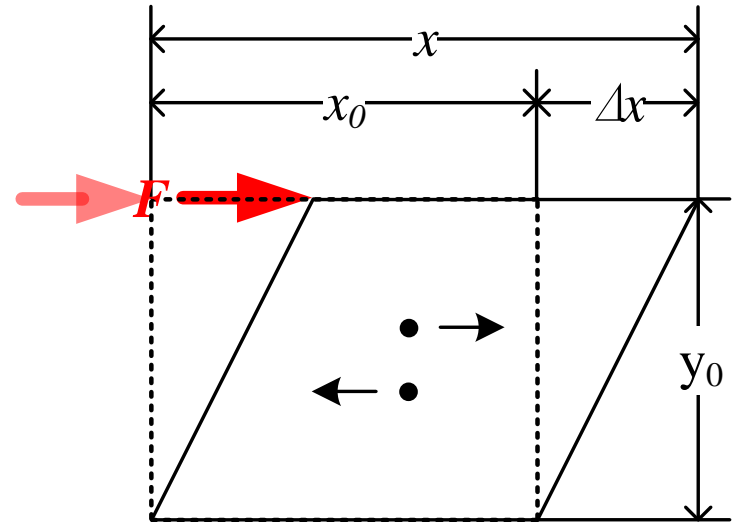
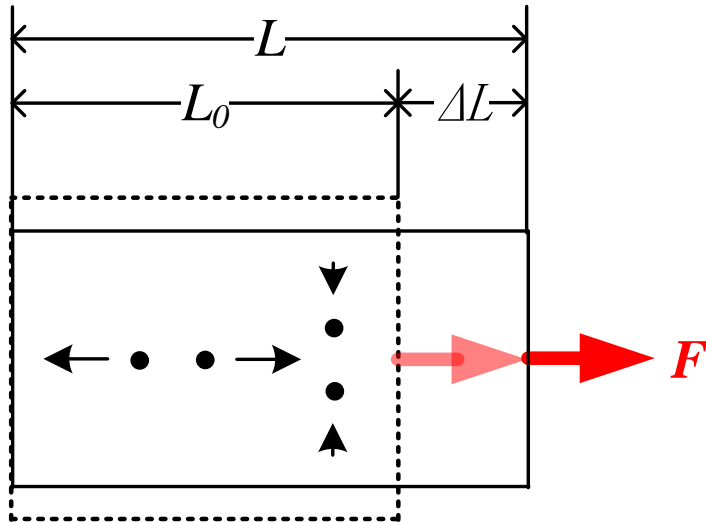
- 当物体受到外力作用而所处的条件又不允许其做惯性移动时，其几何形状和尺寸不可避免地会发生变化



变形的本质特征

- 拉伸（单轴）

- 剪切（简单）

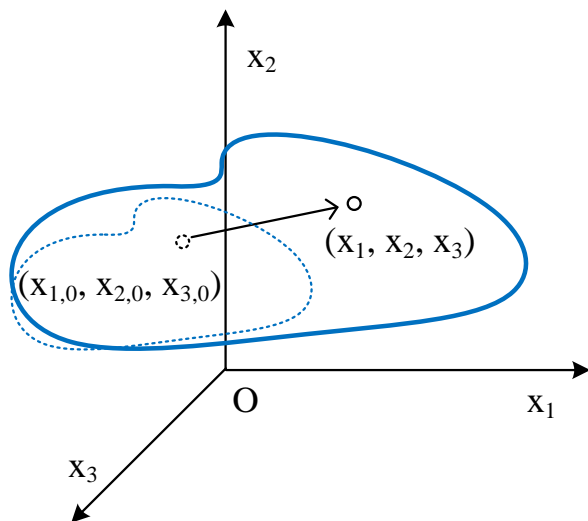


毗邻微元间的相对位置发生了变化

变形的数学描述

- 绝对形变量

$$u_i = x_i - x_{i,0}$$

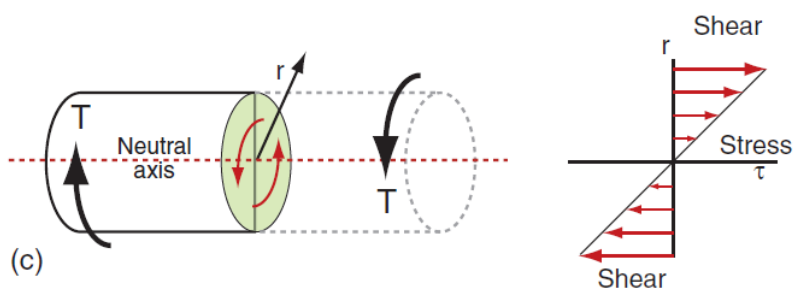
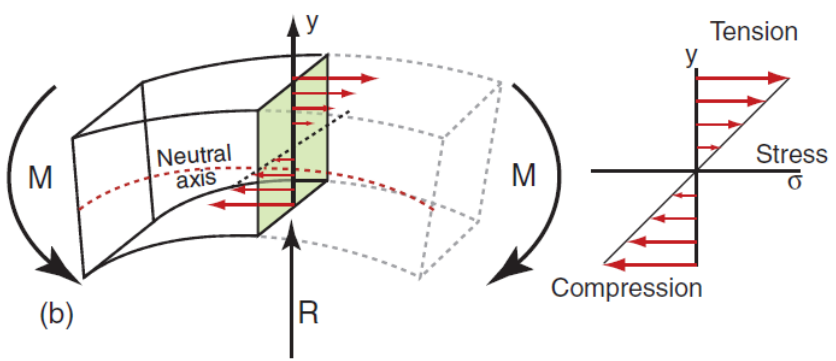
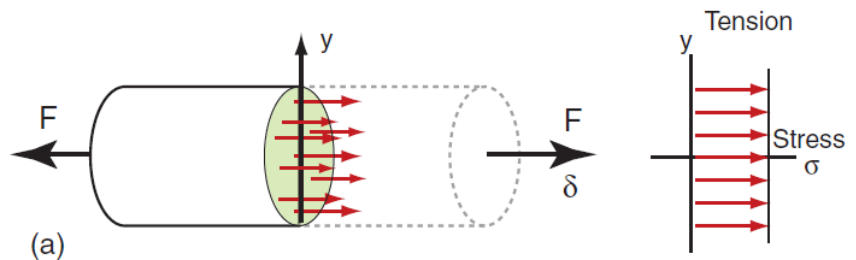


- 相对形变量

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

- $i = j$, 拉伸变形
- $i \neq j$, 剪切变形
- 不可压缩情况下, 基本形变只有上述两种

基本变形



应变及其张量

- 应变 (Strain)

- 相对形变量
- 符号： γ (gamma)
- 单位：无

- 应变张量

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$$

- $\gamma_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

流动、应变速率及其张量

- 流动 (Flow)

- 连续的变形

- 应变速率 (Strain Rate)

- 应变对时间的变化率

- 符号： $\dot{\gamma}$ (gamma dot)

- 单位： s^{-1}

- 应变速率张量

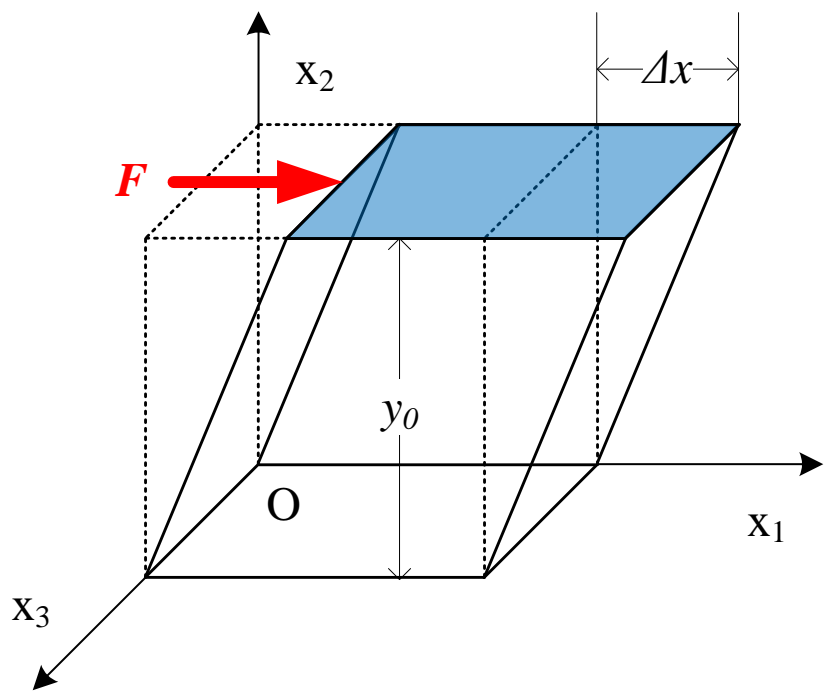
$$\dot{\gamma}_{ij} = \begin{pmatrix} \dot{\gamma}_{11} & \dot{\gamma}_{12} & \dot{\gamma}_{13} \\ \dot{\gamma}_{21} & \dot{\gamma}_{22} & \dot{\gamma}_{23} \\ \dot{\gamma}_{31} & \dot{\gamma}_{32} & \dot{\gamma}_{33} \end{pmatrix}$$

- $\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$

- $v_i = \frac{du_i}{dt}$

简单剪切 (Simple Shear)

- 简单剪切变形



应变

$$\gamma_{12} = \frac{\Delta x}{y_0}$$

应变张量

$$\gamma_{ij} = \gamma_{12} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

应变速率

$$\dot{\gamma}_{12} = \frac{\Delta x / \Delta t}{y_0}$$

应变速率张量

$$\dot{\gamma}_{ij} = \dot{\gamma}_{12} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

受力状态

- 受力状态

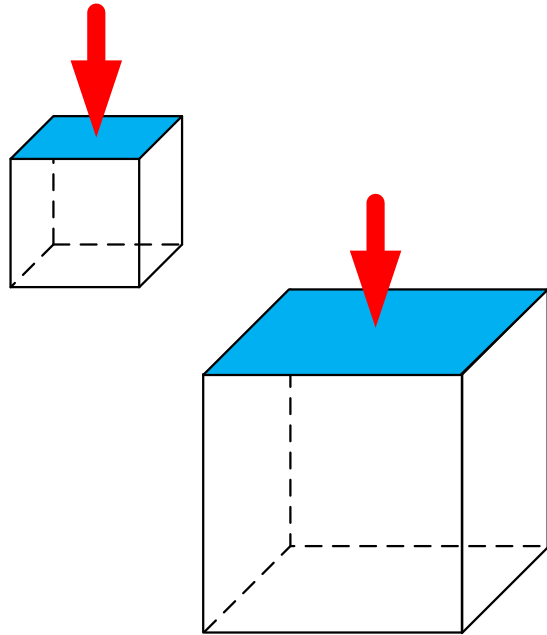
- 当物体受到外力变形时，其内部各部分之间必然产生相互作用的内力（**应力**），以抵抗外力作用，并力图使物体从变形后的位置回复到变形前的位置

- **应力 (Stress)**

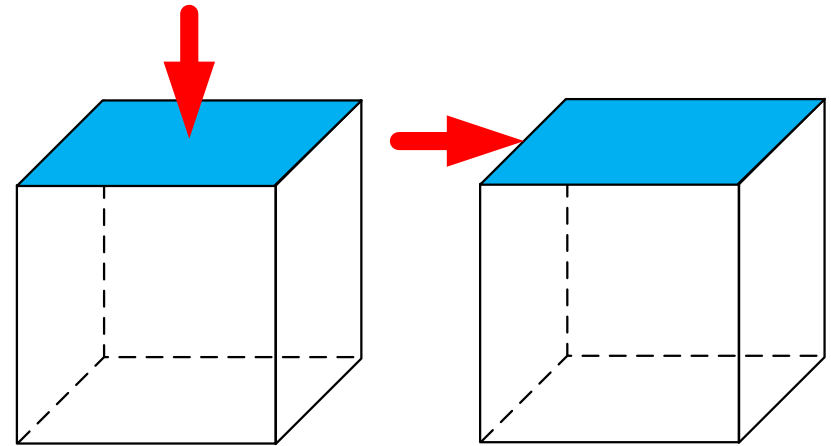
- 物质变形时，其内部一部分对另一部分的作用力
- 单位面积上的力
- 符号： **σ** (Sigma)
- 单位：Pa (SI)

应力 (Stress)

- 从大小上看，应力是单位面积上的力



- 从方向上看，应力需要用两个方向量进行描述



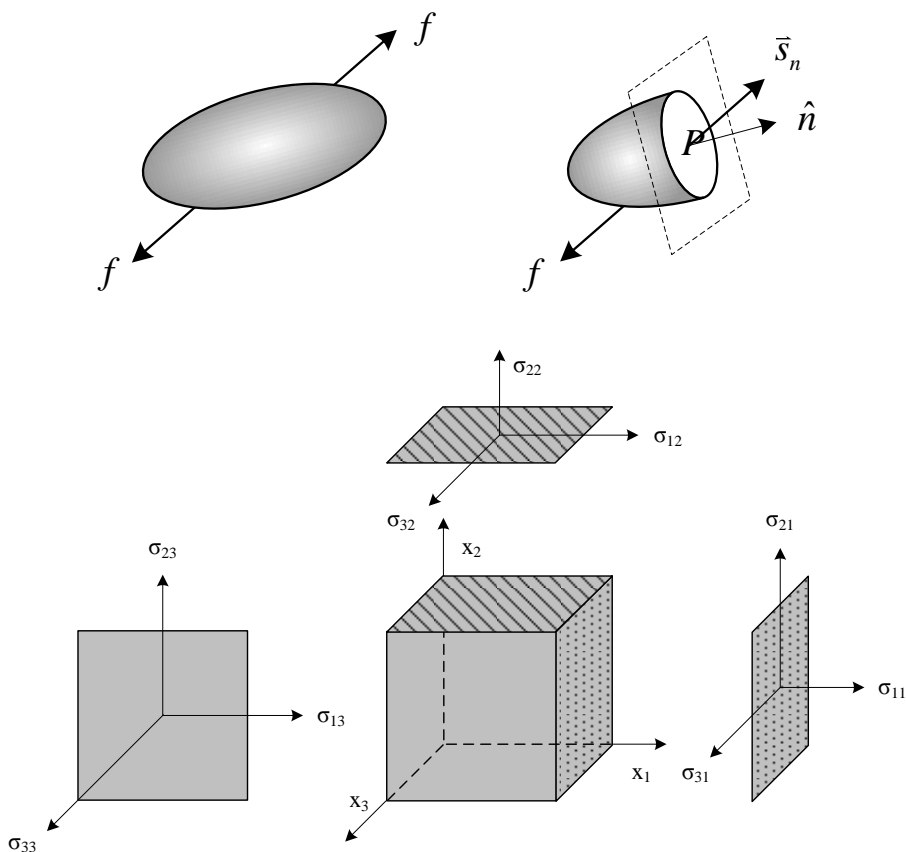
应力张量

- 应力张量

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

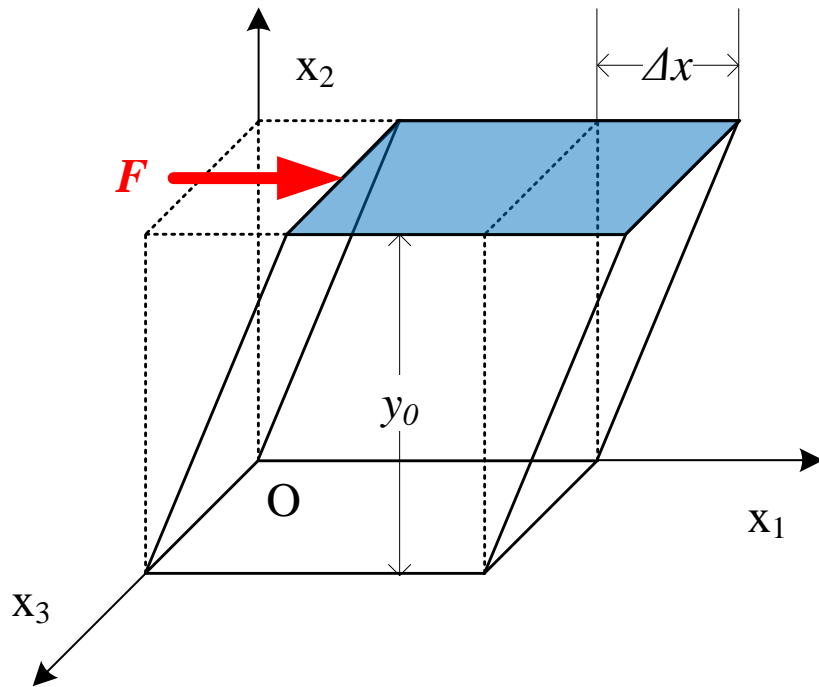
- $\sigma_{ij} (i = j)$ 是法向分量

- $\sigma_{ij} (i \neq j)$ 是切向分量



简单剪切 (Simple Shear)

- 简单剪切变形



应力

$$\sigma_{12} = \frac{F}{A}$$

应力张量

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

基本本构关系

- 本构关系 1

$$\frac{\sigma}{\gamma} = G$$

- 模量 (Modulus)
 - 物质储存形变并回复原状的能力
 - 描述物质弹性的物理量

- 本构关系 2

$$\frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = \eta$$

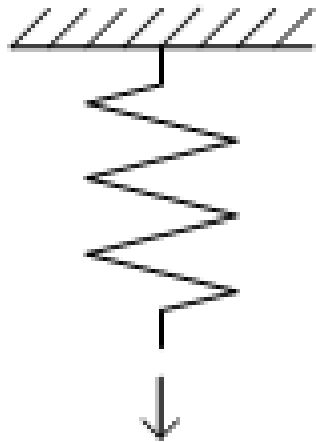
- 黏度 (Viscosity)
 - 物质抵抗外力流动的能力
 - 描述物质黏性的物理量

线性黏弹性

- 理想弹性

- 理想弹性用胡克定律描述，即应力与应变成正比，而与应变速率无关

- 弹簧模型

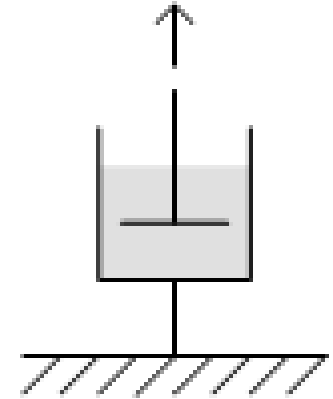


- $\sigma = G\gamma$

- 理想黏性

- 理想黏性用牛顿流体定律描述，即应力与应变速率成正比，而与应变无关

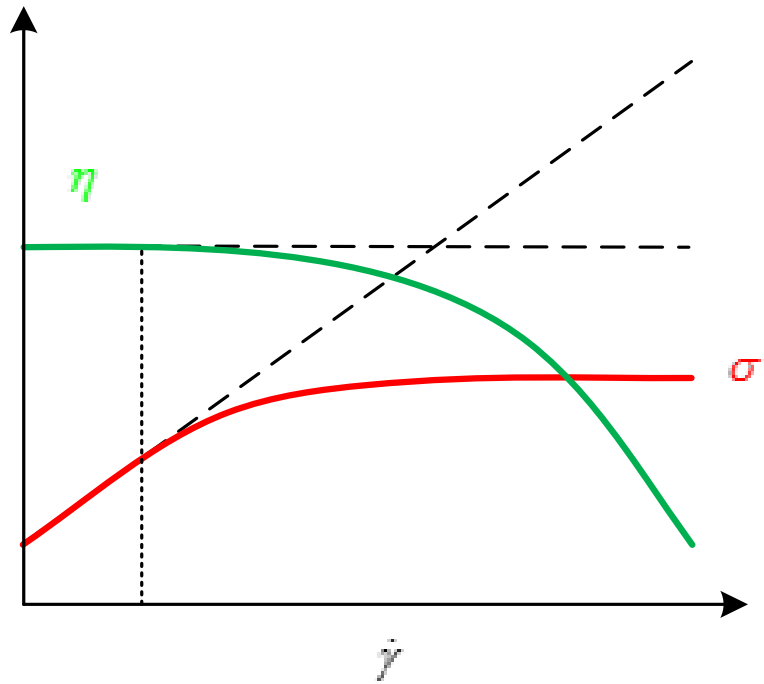
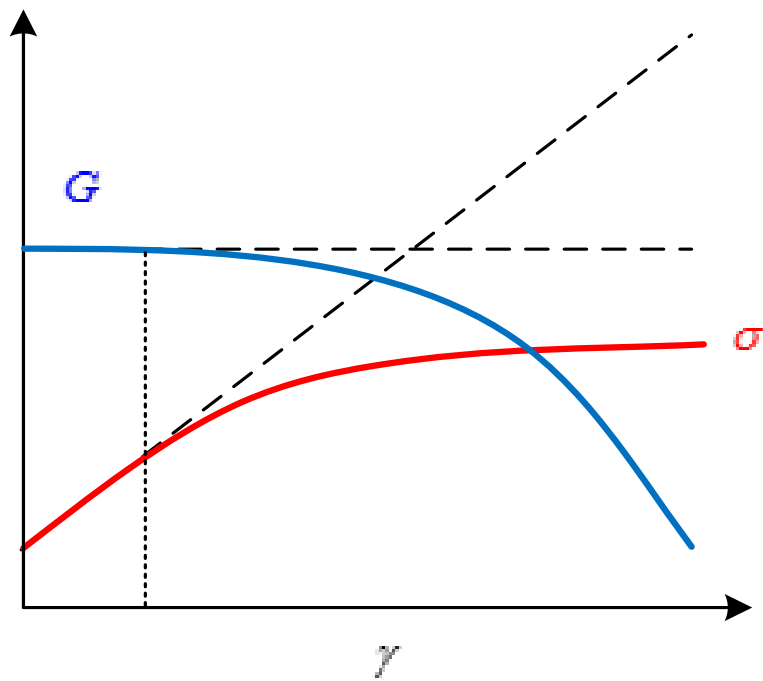
- 黏壶模型



- $\sigma = \eta\dot{\gamma}$

线性黏弹区

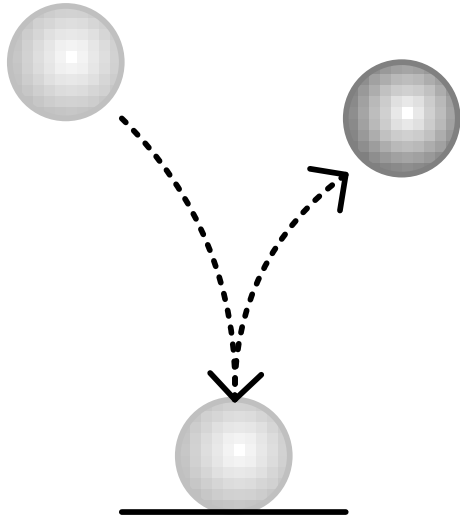
- 只有在较小形变（或形变速率）情况下真实的物质才表现为线性黏弹性，该形变区域被称为线性黏弹区



时间尺度

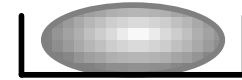
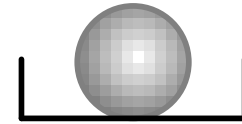
- 短时间尺度-固体行为

- 长时间尺度-流体行为



瞬间接触

$t \ll 1 \text{ s}$



长期接触

$t \gg 1 \text{ s}$

德布拉数 (Deborah Number)

- “The mountains flowed by the Lord.”
- 德布拉数 (Deborah Number, De)

$$De = \frac{\lambda}{t}$$

- λ 为松弛时间 ($\lambda = \eta/G$) , t 为观测时间
- $De \ll 1$, 流体行为特征
- $De \gg 1$, 固体行为特征

温度效应

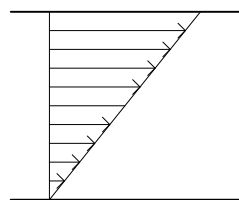
- 低温下长时间观测到的力学松弛现象也可以高温下短时间内观测到
 - 也就是说，延长观测时间和升高温度对物质力学状态的观测等效
 - 升高温度可以缩短观测时间，低温延长观测时间可以预测高温行为

旋转流变仪

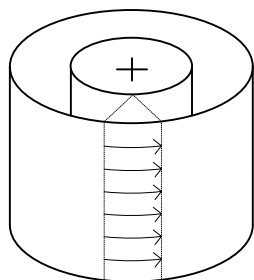
旋转流变仪及其工作原理

简单剪切的仪器实现

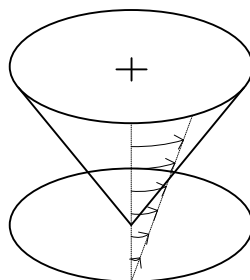
- 简单剪切流场



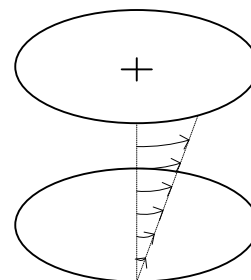
滑板



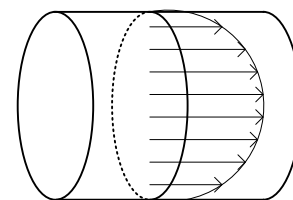
同心圆筒



锥板



平行板

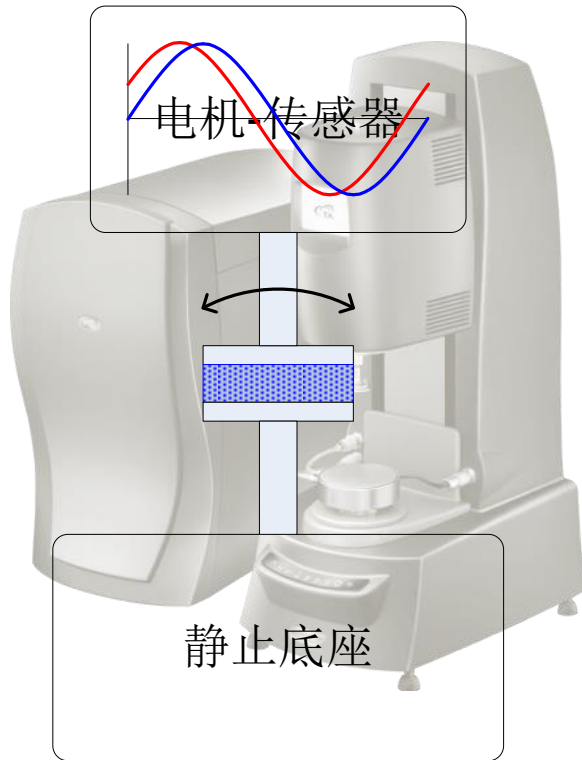


毛细管

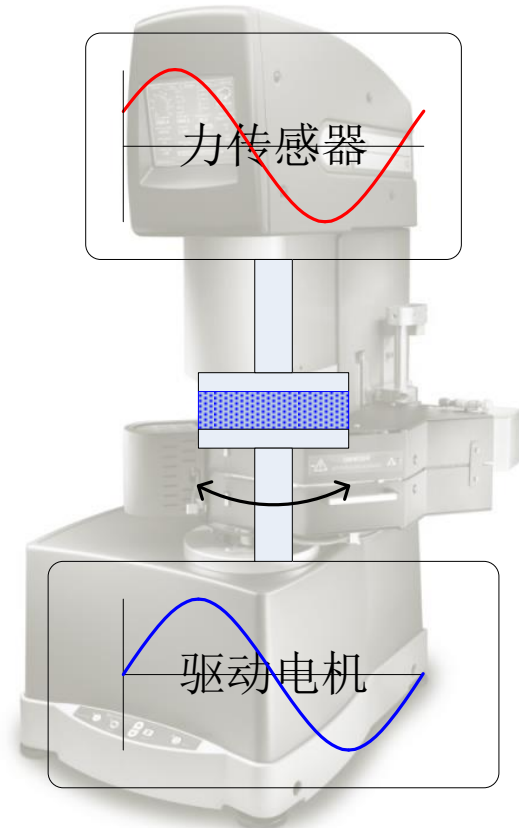
旋转流变仪
Rotational Rheometer

旋转流变仪

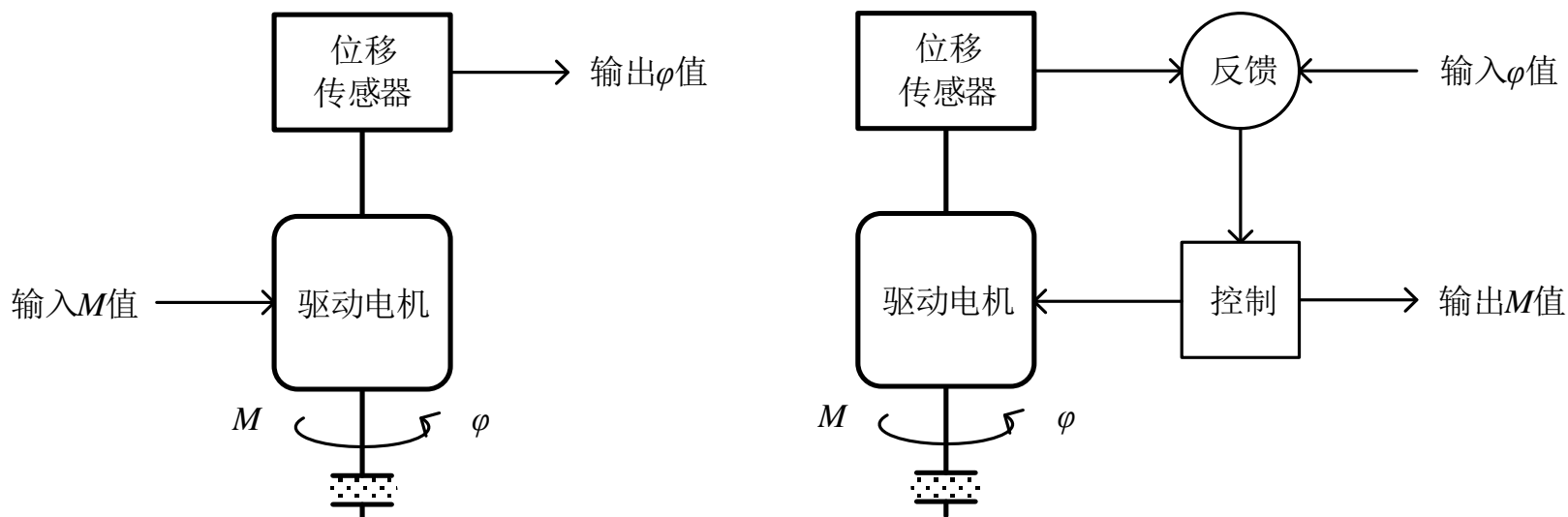
- 应力控制型（单头或电机传感器整合型）



- 应变控制型（双头或电机传感器分离型）

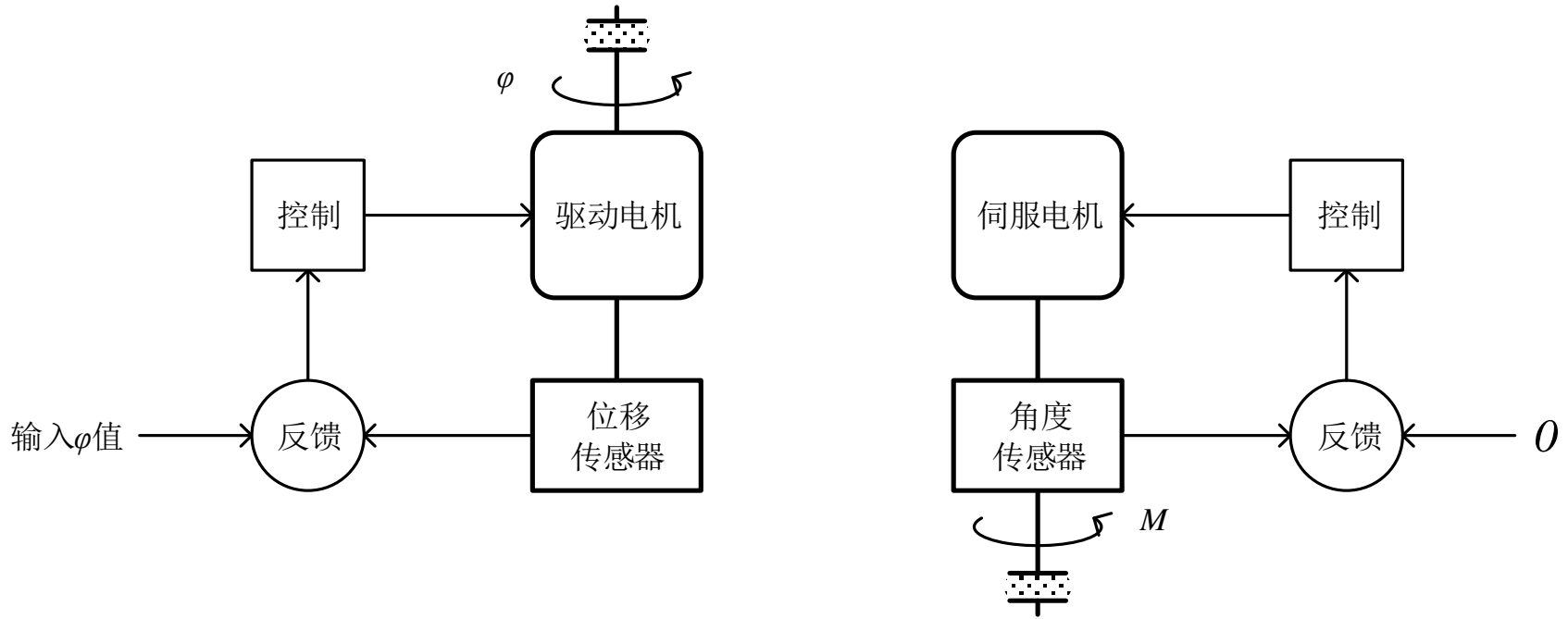


应力控制型工作原理



- 由于力（扭矩）是在运动头上量测，因此，轴承摩擦、系统惯量成为不可避免的测量噪音

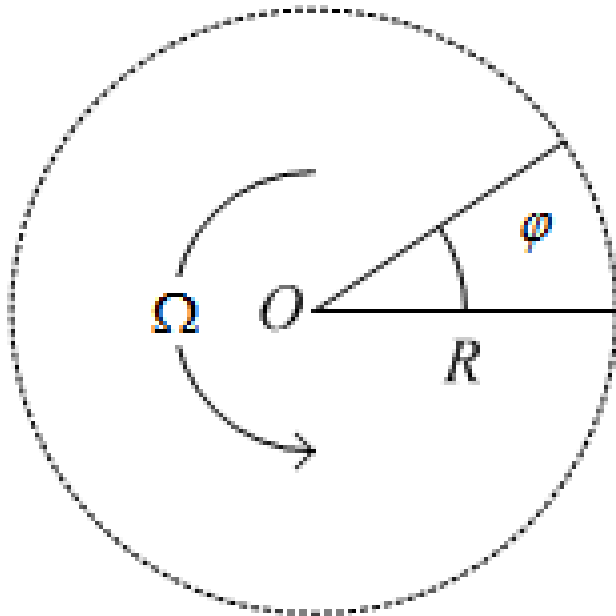
应变控制型工作原理



- 力在静止头上量测，因此，量测的力为纯粹的样品响应

角位移/角速率→应变/应变速率

- 角位移 (φ)
- 角速率 (Ω)



- 应变换算

$$\gamma = K_{\gamma} \times \varphi$$

- 应变速率换算

$$\dot{\gamma} = K_{\gamma} \times \Omega$$

γ - 应变

φ - 角位移

$\dot{\gamma}$ - 应变速率

Ω - 角速率

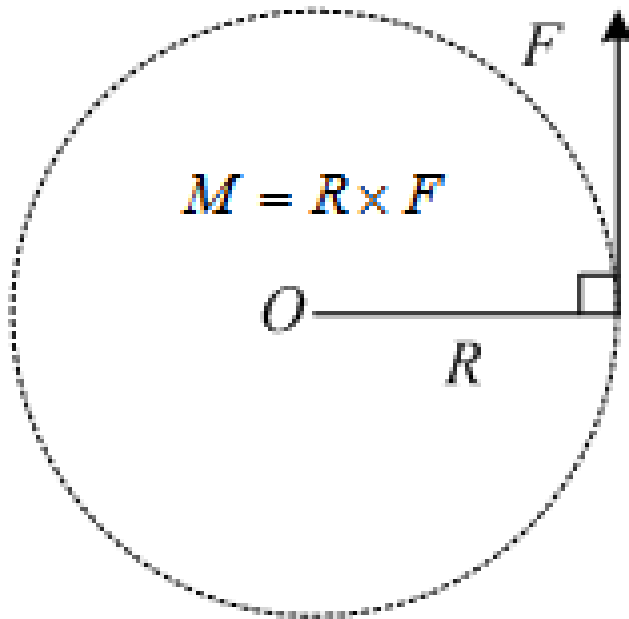
K_{γ} - 应变因子

扭矩 (力) → 剪切应力

- 扭矩(Torque, M)

- 驱动物体转动的力

$$M = F \times R$$



- 应力换算

$$\sigma = K_{\sigma} \times M$$

- σ - 应力

$$\sigma = F / A$$

- K_{σ} - 应力因子

$$K_{\sigma} = f(R, A)$$

旋转流变仪工作方程

模量(Modulus)测量

$$\frac{M \times K_{\sigma}}{\varphi \times K_{\gamma}} = \frac{\sigma}{\gamma} = G$$

原始仪器
信号

夹具因子

流变
参量

物质黏弹
函数

旋转流变仪工作方程

黏度(Viscosity)测量

$$\frac{M \times K_{\sigma}}{\Omega \times K_{\gamma}} = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = \eta$$

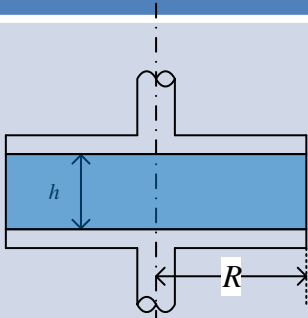
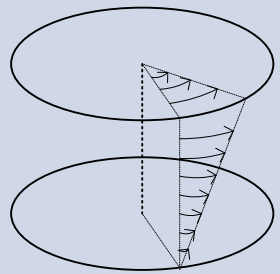
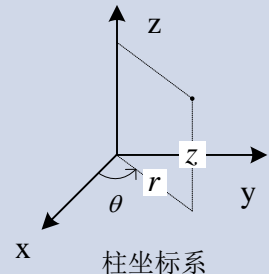
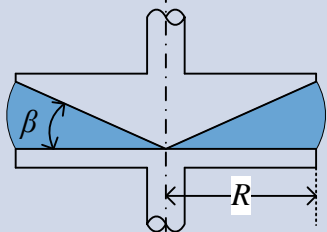
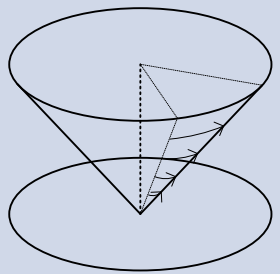
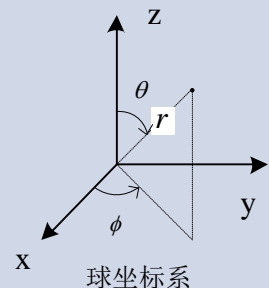
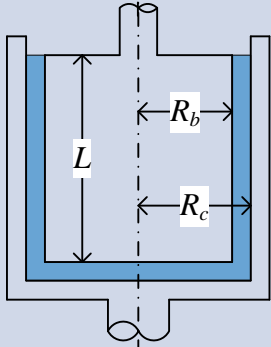
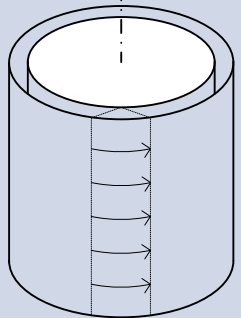
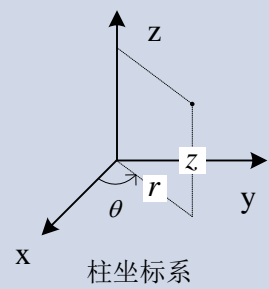
原始仪器
信号

夹具因子

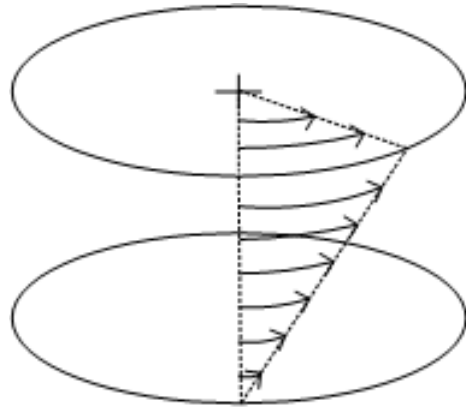
流变
参量

物质黏弹
函数

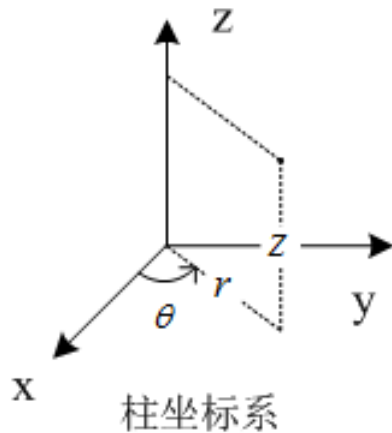
常用测量夹具

测量夹具	几何场	坐标系	方向
		 <p>柱坐标系</p>	<p>形变 (1) : θ</p> <p>梯度 (2) : z</p>
		 <p>球坐标系</p>	<p>形变 (1) : ϕ</p> <p>梯度 (2) : θ</p>
	 <p>外筒旋转</p>	 <p>柱坐标系</p>	<p>形变 (1) : θ</p> <p>梯度 (2) : r</p>

平行板测量工作方程



平行板



柱坐标系

- 剪切应变

$$\gamma = \frac{r \times \varphi}{h}$$

- 剪切速率

$$\dot{\gamma} = \frac{r \times \Omega}{h}$$

- 剪切应力

$$\sigma = \frac{M}{2\pi R^3} \left(3 + \frac{d \ln M}{d \ln \dot{\gamma}_R} \right)$$

- 应变/剪切速率对半径呈线性关系

平行板测量工作方程线性近似

- 应变

$$\gamma = \frac{r \times \varphi}{h}$$

- 剪切速率

$$\dot{\gamma} = \frac{r \times \Omega}{h}$$

- 应力

$$\sigma = \frac{M}{2\pi R^3} \left(3 + \frac{d \ln M}{d \ln \dot{\gamma}_R} \right)$$

- 表观应变

$$\gamma_a = \frac{R \times \varphi}{h}$$

- 表观剪切速率

$$\dot{\gamma}_a = \frac{R \times \Omega}{h}$$

- 表观应力

$$\sigma_a = \frac{2M}{\pi R^3}$$

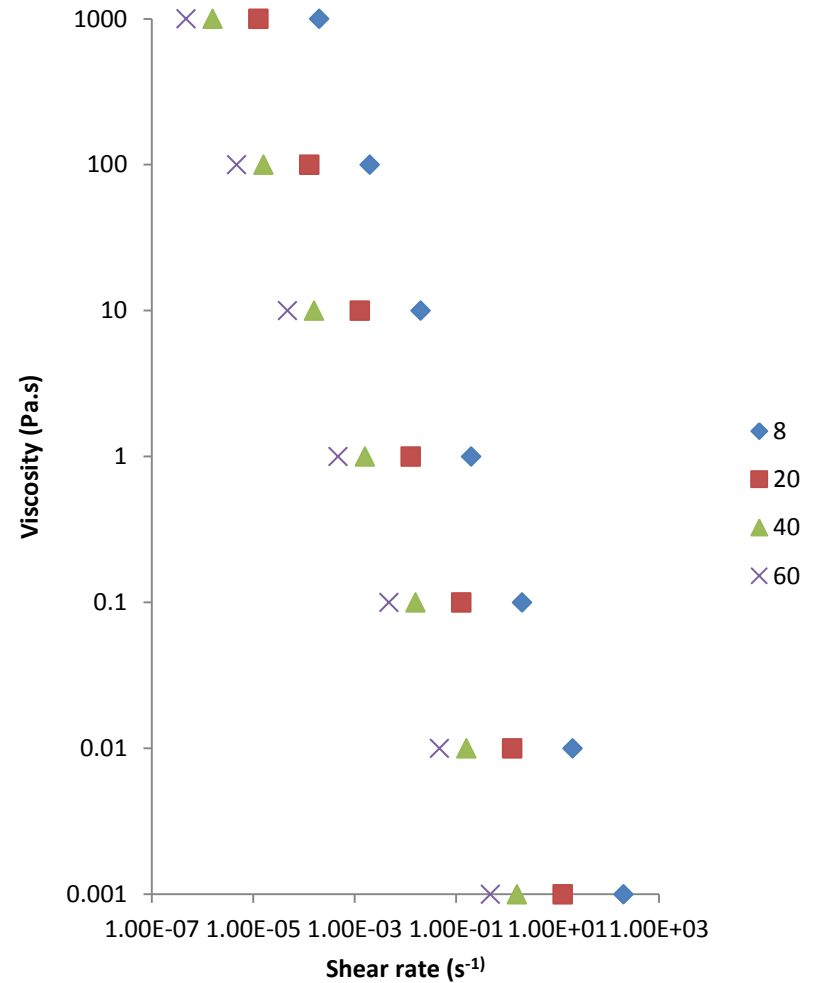
平行板施加/量测范围实例

间隙	角速率 (rad/s)	
mm	最小	最大
1	10^{-6}	300
直径	表观剪切速率 (s^{-1})	
(mm)	最小	最大
8	4.00×10^{-6}	1.20×10^3
20	1.00×10^{-5}	3.00×10^3
40	2.00×10^{-5}	6.00×10^3
60	3.00×10^{-5}	9.00×10^3

	扭矩 ($\mu N.m$)	
	最小	最大
	0.02	150,000
直径	表观剪切应力 (Pa)	
(mm)	最小	最大
8	2.00×10^{-1}	1.49×10^6
20	1.27×10^{-2}	9.55×10^5
40	1.59×10^{-3}	1.19×10^4
60	4.72×10^{-4}	3.54×10^3

平行板理论量测有效范围实例

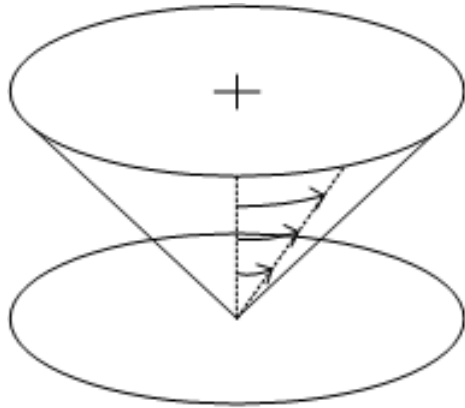
直径 (mm)	8	20	40	60
最小应力 (Pa)	2.00E-01	1.27E-02	1.59E-03	4.72E-04
黏度 (Pa. s)	理论上允许测到的最小剪切速率 (s^{-1})			
1000	2.00E-04	1.27E-05	1.59E-06	4.72E-07
100	2.00E-03	1.27E-04	1.59E-05	4.72E-06
10	2.00E-02	1.27E-03	1.59E-04	4.72E-05
1	2.00E-01	1.27E-02	1.59E-03	4.72E-04
0.1	2.00E+00	1.27E-01	1.59E-02	4.72E-03
0.01	2.00E+01	1.27E+00	1.59E-01	4.72E-02
0.001	2.00E+02	1.27E+01	1.59E+00	4.72E-01



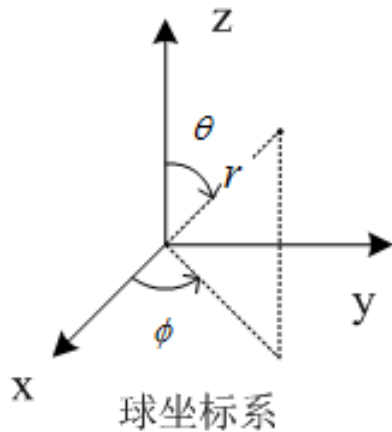
平行板

- 平行板夹具的优点在于间隙可以调节、精度容易检验且更容易清洗等
- 间隙可调的好处在于
 - 小间隙可抑制二次流动，需要的样品量少且有利于热传导
 - 角速率相同时，小间隙可得到更大的表观剪切速率
 - 大间隙适合测量填充体系、含颗粒的悬浮体系等

椎板测量工作方程



锥板



球坐标系

- 应变

$$\gamma = \frac{\varphi}{\beta}$$

- 剪切速率

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\beta}$$

- 应力

$$\sigma = \frac{3M}{2\pi R^3}$$

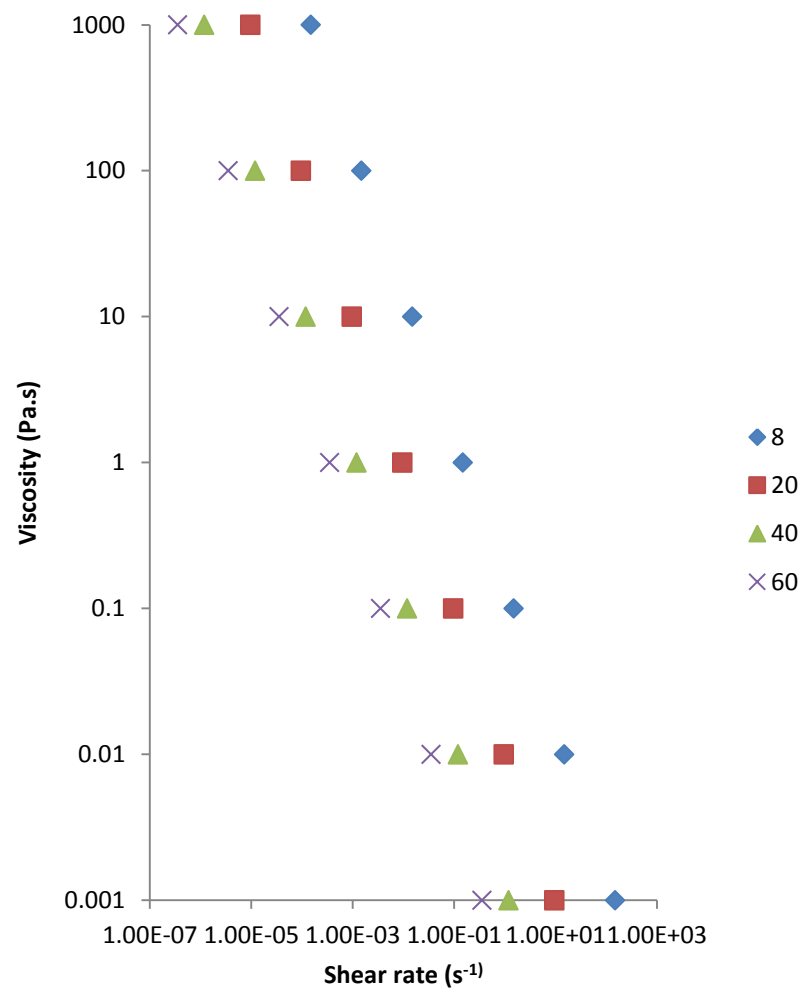
- 应变/剪切速率不依赖于所处位置

锥板施加/量测范围实例

角速率 (rad/s)			扭矩 ($\mu\text{N.m}$)		
	最小	最大		最小	最大
	10^{-6}	300		0.02	150,000
锥度	剪切速率 (s^{-1})		直径	剪切应力 (Pa)	
($^{\circ}$)	最小	最大	(mm)	最小	最大
0.5	1.15×10^{-4}	3.44×10^4	20	9.55×10^{-3}	7.16×10^4
1	5.73×10^{-5}	1.72×10^4	40	1.19×10^{-3}	8.95×10^3
2	2.86×10^{-5}	8.59×10^3	50	6.11×10^{-4}	4.58×10^3
4	1.43×10^{-5}	4.30×10^3	60	3.54×10^{-4}	2.65×10^3

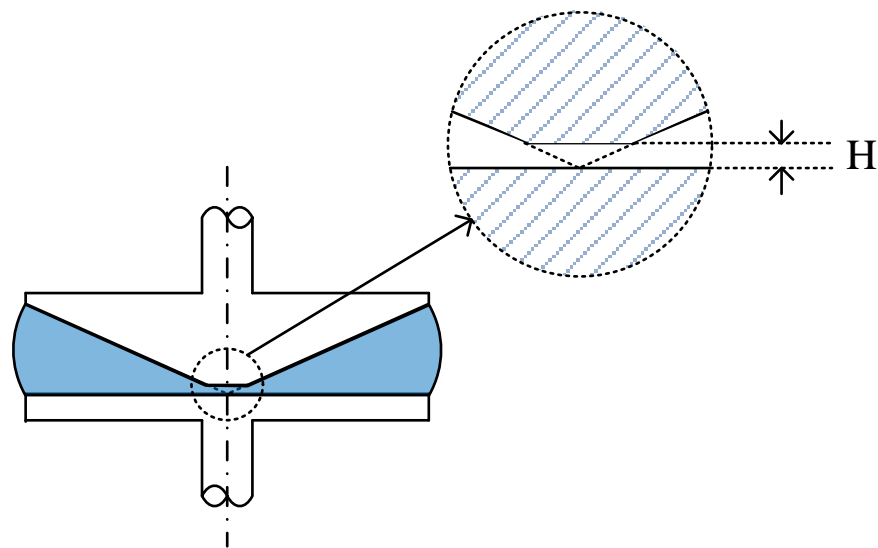
锥板理论量测有效范围实例

直径 (mm)	8	20	40	60
最小应力 (Pa)	1.49E-01	9.55E-03	1.59E-03	4.72E-04
黏度 (Pa. s)	理论上允许测到的最小剪切速率 (s^{-1})			
1000	1.49E-04	9.55E-06	1.19E-06	3.54E-07
100	1.49E-03	9.55E-05	1.19E-05	3.54E-06
10	1.49E-02	9.55E-04	1.19E-04	3.54E-05
1	1.49E-01	9.55E-03	1.19E-03	3.54E-04
0.1	1.49E+00	9.55E-02	1.19E-02	3.54E-03
0.01	1.49E+01	9.55E-01	1.19E-01	3.54E-02
0.001	1.49E+02	9.55E+00	1.19E+00	3.54E-01



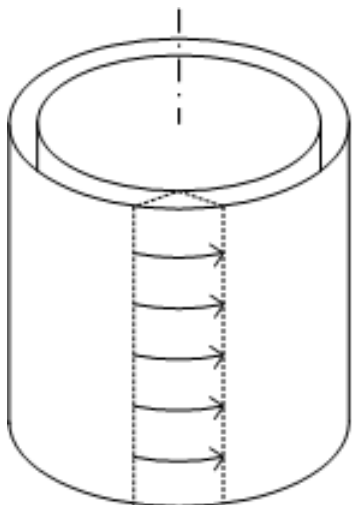
锥板截顶间隙

- 为避免锥与板的接触而磨损，实际使用的锥板常将其锥顶截掉一部分从而产生**截顶间隙**
- 该间隙会因锥度不同而有所不同，测量时要正确设定，否则会产生较大测量误差

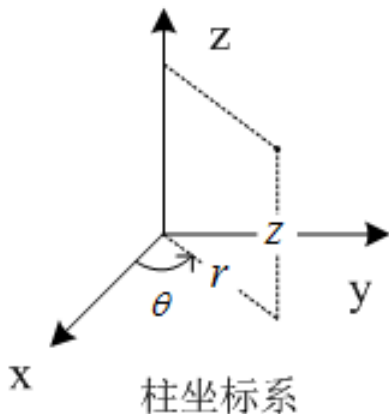


- 由于存在热膨胀效应，因此，锥板夹具原则不适用于变温测试

同心圆筒测量工作方程



外筒旋转



柱坐标系

- 应变

$$\gamma = \frac{\bar{R} \times \varphi}{R_c - R_b}$$

- 剪切速率

$$\dot{\gamma} = \frac{\bar{R} \times \Omega}{R_c - R_b}$$

- 应力

$$\sigma = \frac{M}{2\pi L(R_b)^2}$$

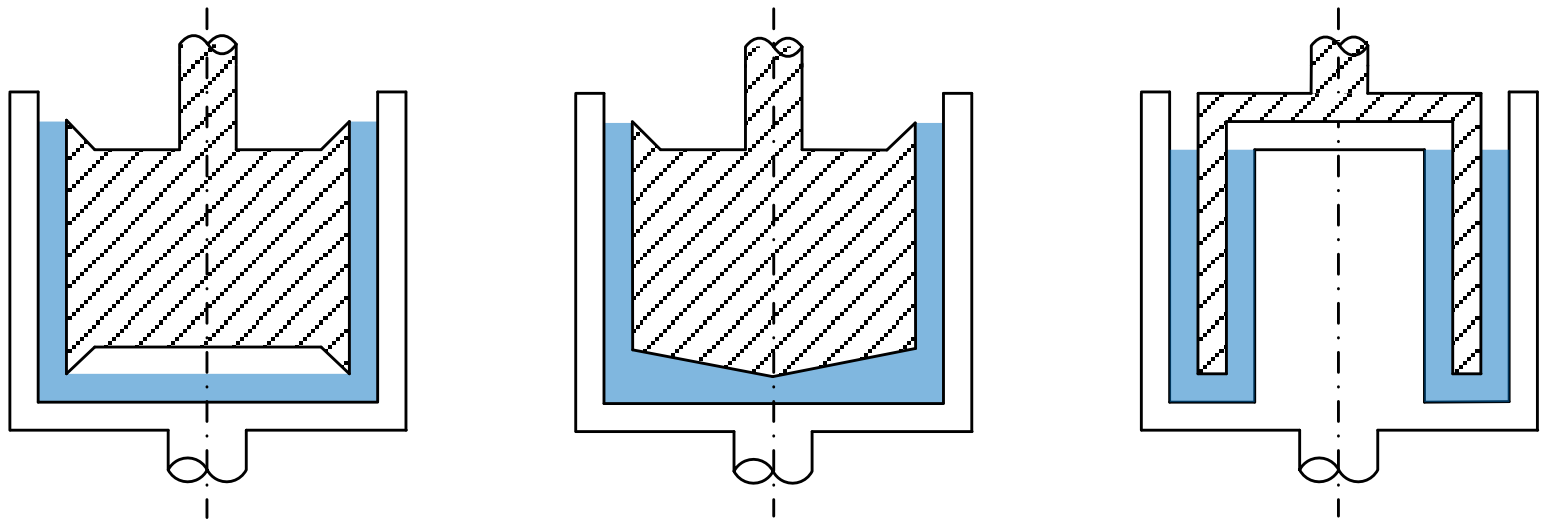
- 应变/剪切速率不依赖于所处位置

同心圆筒施加/量测及有效范围实例

几何参数		角速率 (rad/s)		扭矩 ($\mu\text{N}\cdot\text{m}$)	
内筒高 (mm)		最小	最大	最小	最大
42		10^{-6}	300	0.02	150,000
内筒外径 (mm)		剪切速率 (s^{-1})		剪切应力 (Pa)	
28		最小	最大	最小	最大
外筒内径 (mm)		2.90×10^{-5}	8.70×10^3	3.87×10^{-4}	2.90×10^3
30					
黏度 (Pa.s)	0.001	0.01	0.1	1	10
理论上允许测得的最小剪切速率 (s^{-1})	3.87×10^{-1}	3.87×10^{-2}	3.87×10^{-3}	3.87×10^{-4}	3.87×10^{-5}

同心圆筒末端效应

- 由于内筒末端也接触样品，这使得内筒的有效高度并不等于其实际高度而造成误差
- **末端效应**消除设计
 - 内筒末端凹陷；锥顶；双狭缝筒或令 $L/(R_c - R_b) > 100$ 从而使末端可以忽略不计



常用夹具的夹具因子

夹具	应变因子	应力因子	备注
平行板	$K_\gamma = \frac{R}{H}$	$K_\sigma = \frac{2}{\pi R^3}$	表观
锥板	$K_\gamma = \frac{1}{\beta}$	$K_\sigma = \frac{3}{2\pi R^3}$	
同心圆筒	$K_\gamma = \frac{\bar{R}}{R_c - R_b}$	$K_\sigma = \frac{1}{2\pi L(R_b)^2}$	

法向力量测

夹具	工作方程	备注
平行板	$N_1 - N_2 = \frac{2F_z}{\pi R^2} \left(2 + \frac{d \ln F_z}{d \ln \dot{\gamma}_R} \right)$	
锥板	$N_1 = \frac{2F_z}{\pi R^2}$	$N_1 = \sigma_{\phi\phi} - \sigma_{\theta\theta}$
同心圆筒	-	-

测量夹具选用原则(I&II)

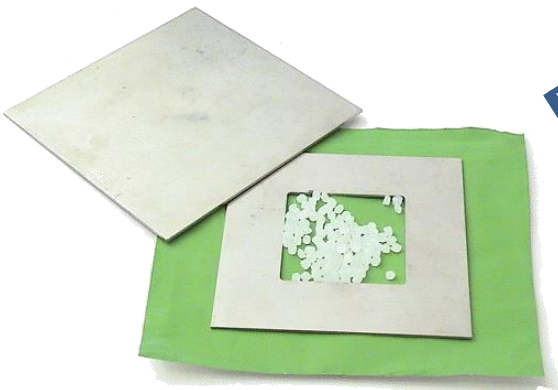
- 几何场选择原则

- **平行板**流场存在径向线性依赖性，因此，原则上只适用于线性黏弹性能测量
- **同心圆筒**和**锥板**流场均一，不仅适用于线性黏弹性能测量，还可应用于非线性黏弹性能测量

- 几何尺寸选择原则

- 半径大越大，则其应力因子越小，同样扭矩情况下应力越小，因此，大半径夹具更适用于低黏度、低模量样品的低剪切测试；反之，高黏度、高模量测试应选用小半径夹具

样品准备



旋转流变测量模式

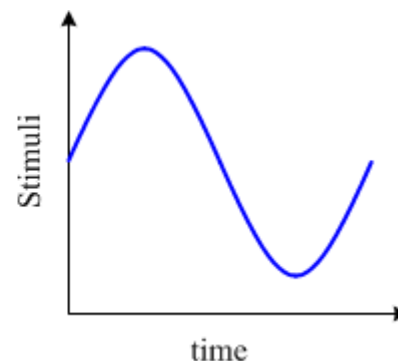
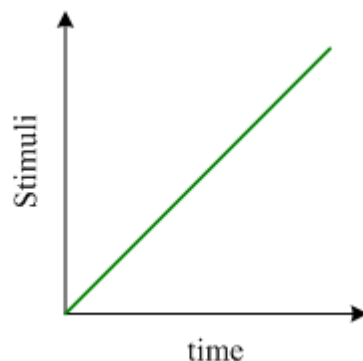
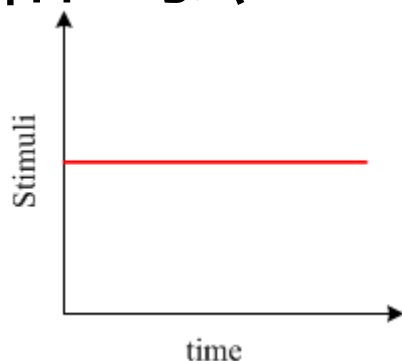
阶跃、流动、振荡

工作方程

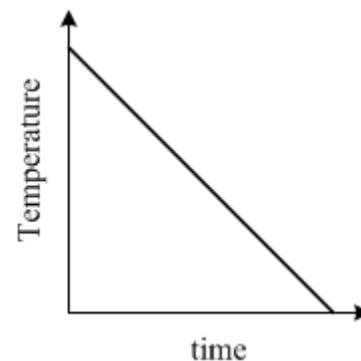
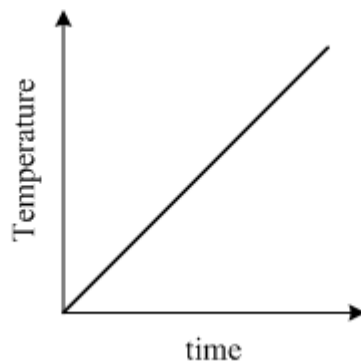
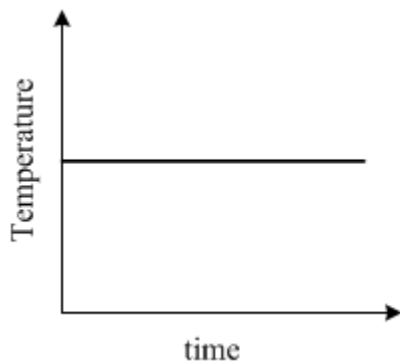
黏弹函数		流变学量
模量或黏度	=	应力
		应变或应变速率
被测函数		刺激和响应

刺激施加和温控模式

- 刺激（应变或应力）施加模式：阶跃、线性和正弦



- 温度控制模式：恒温、程序升/降温



旋转流变测量模式

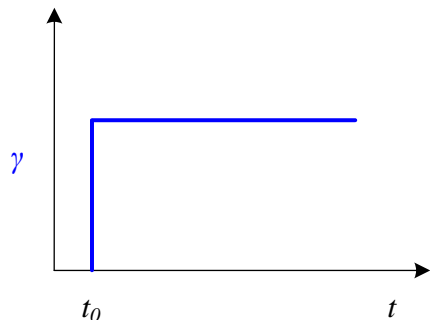
- 阶跃（瞬态测试）
 - 应变
 - 应力松弛
 - 剪切速率
 - 应力增长
 - 应力
 - 蠕变及回复
- 流动（旋转）
 - 斜坡
 - 阶梯（稳态测试）
 - 变温
- 振荡（动态测试）
 - 振幅（应变/应力）
 - 频率
 - 时间
 - 变温

旋转流变测试模式

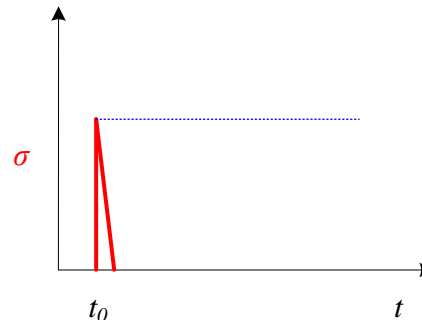
阶跃 (Step) (瞬态,
Transient)

阶跃应变

- 阶跃应变



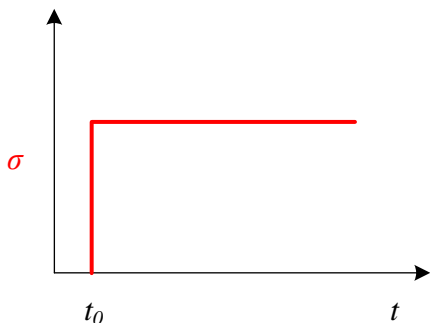
- 纯黏性响应



- 设定参数：

- 温度、应变和持续时间

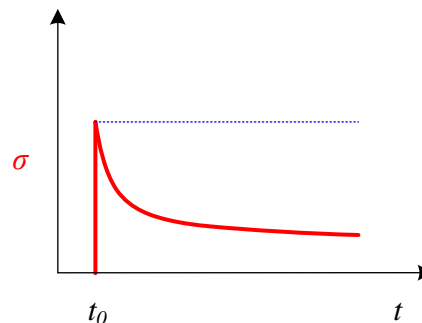
- 纯弹性响应



- 黏弹响应

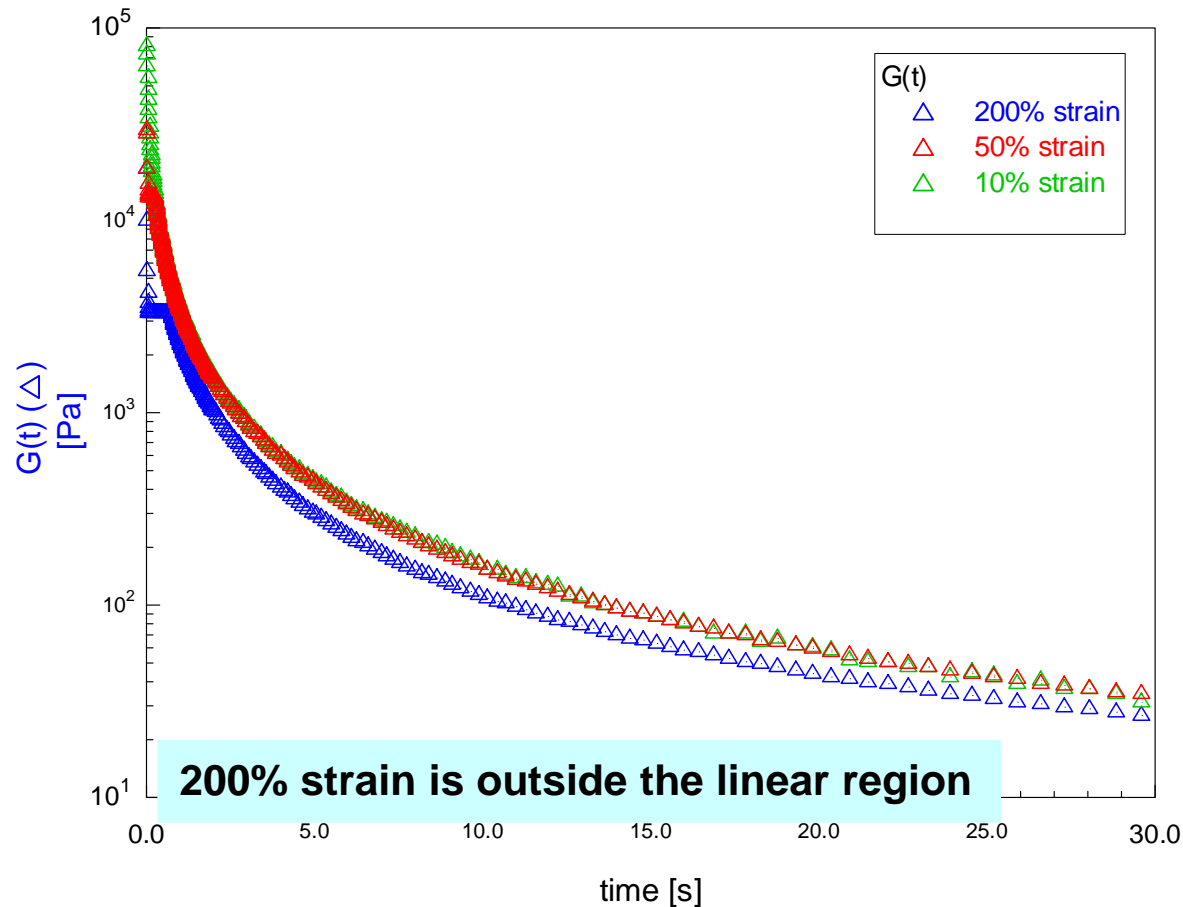
- 应力松弛

(Stress Relaxation)



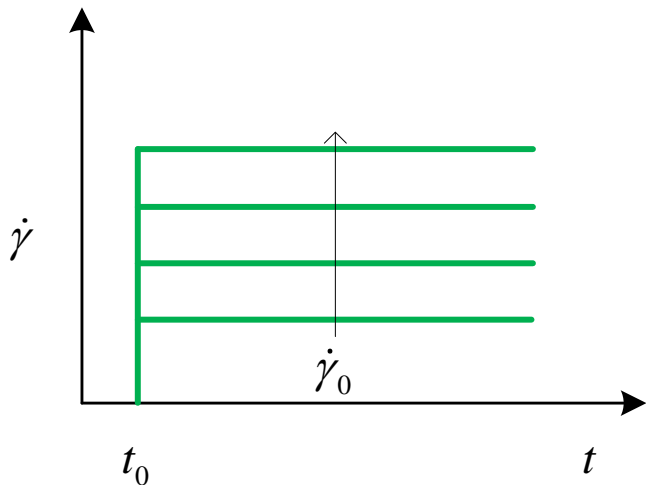
Stress Relaxation and Linear Region

Stress Relaxation of PDMS, Overlay



阶跃速率 (Step Rate, 瞬态测试)

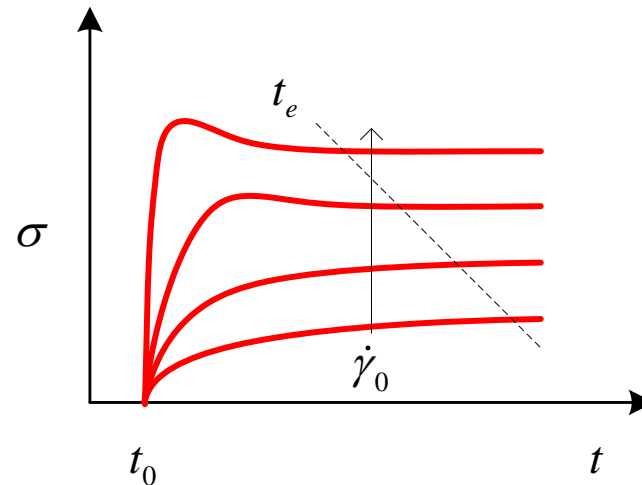
- 阶跃速率



- 设定参数

- 温度
- 剪切速率和持续时间

- 应力增长

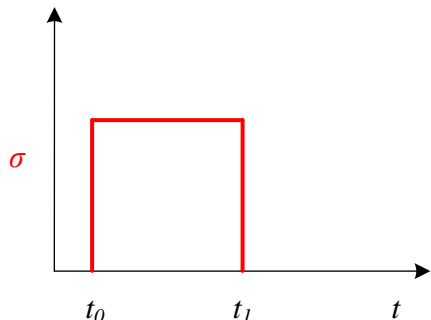


- 用途

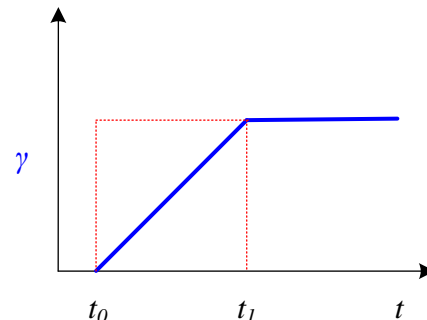
- 瞬态特征响应
- 稳态时间评估

阶跃应力

- 阶跃应力



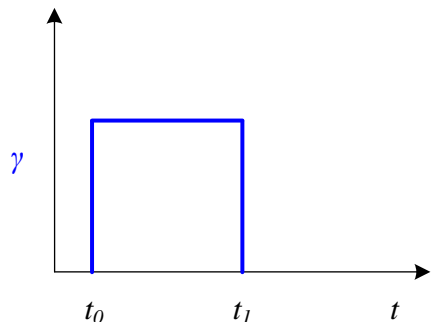
- 纯黏性响应



- 设定参数

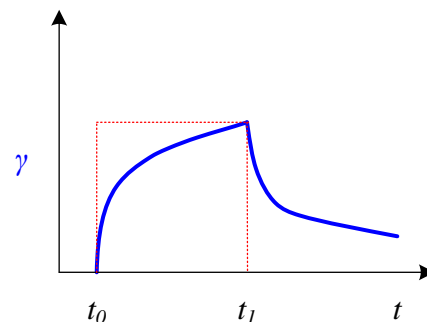
 - 温度、应力和持续时间

- 纯弹性响应

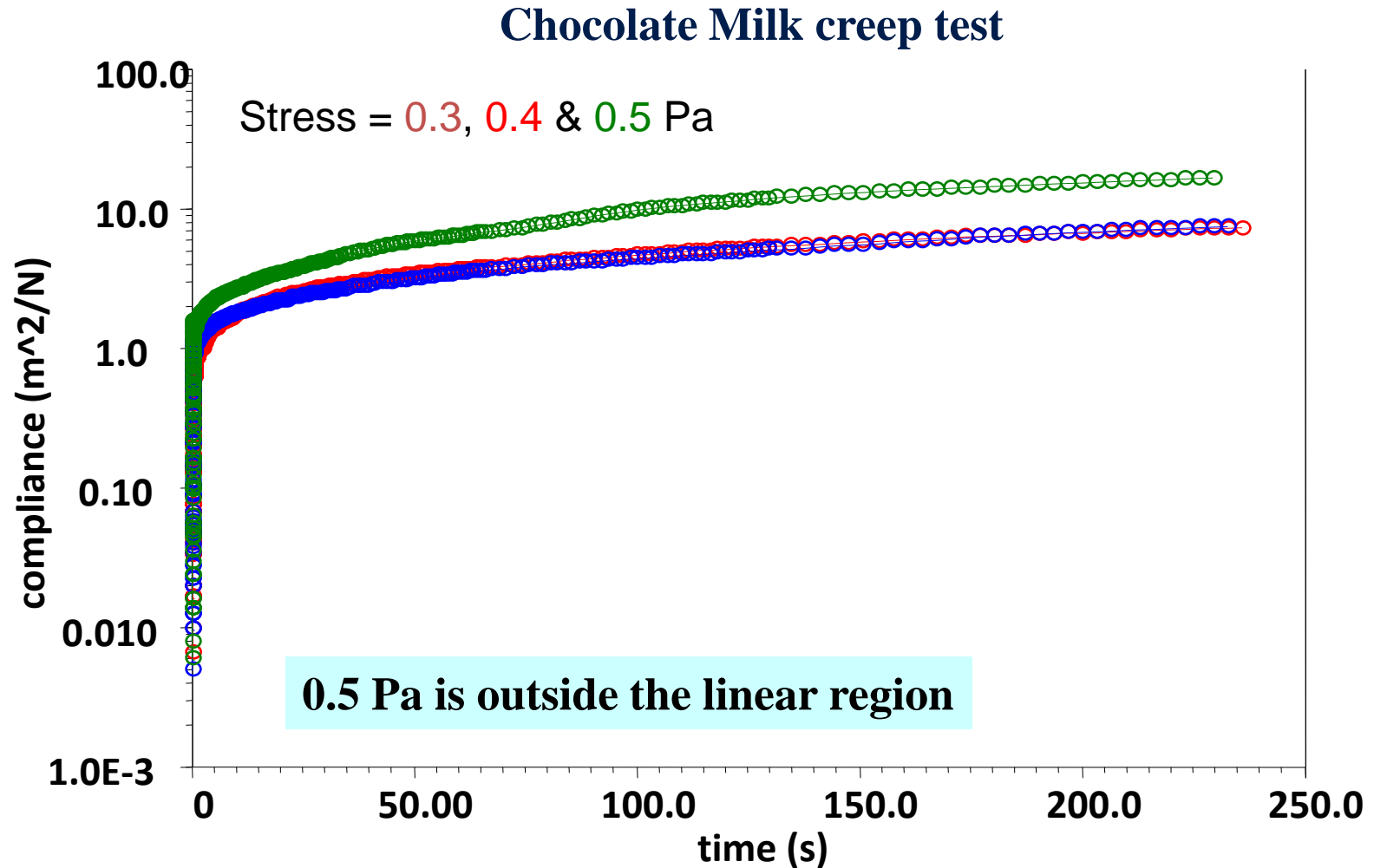


- 黏弹响应

 - 蠕变与回复
(Creep/Recovery)



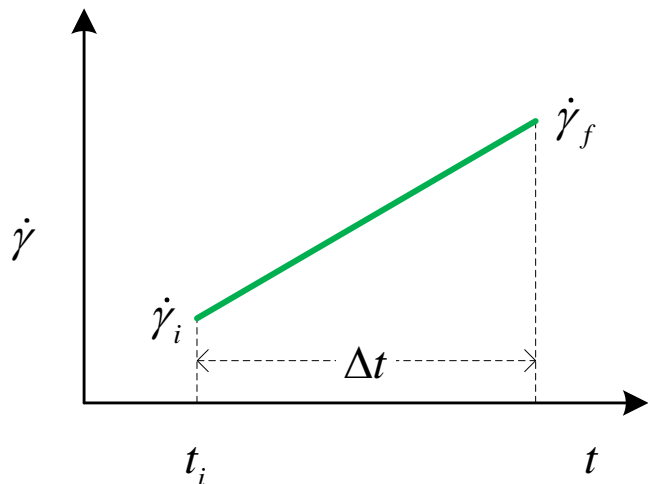
Creep Testing and Linear Region



旋转流变测试模式 流动测试 (Flow)

流动斜坡(Flow Ramp, 瞬态测试)

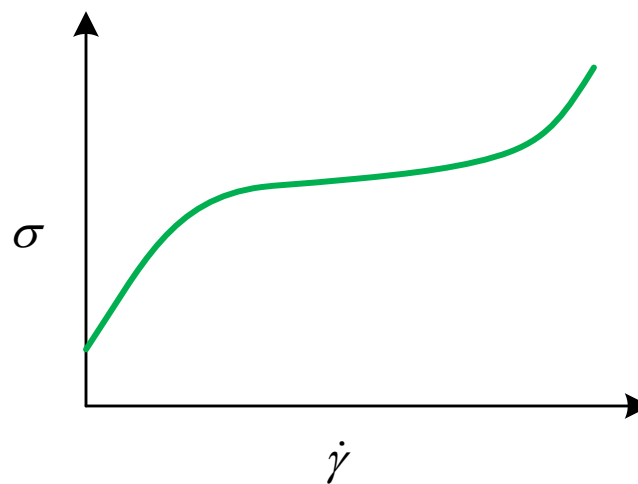
- 速率斜坡



- 设定参数

- 温度
- 剪切速率/应力范围
- 持续时间

- 瞬态应力

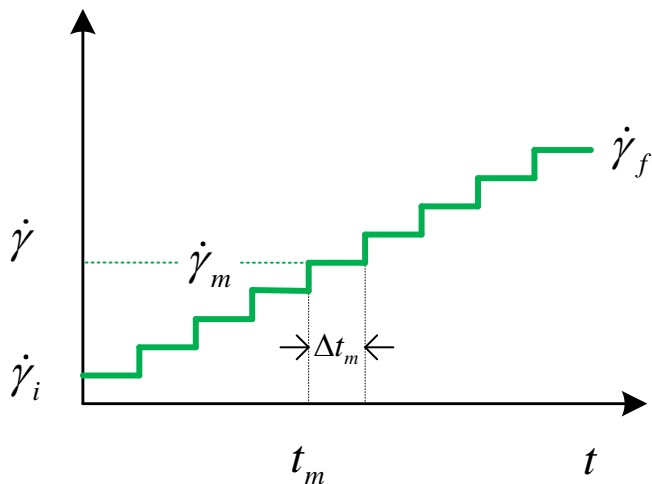


- 用途

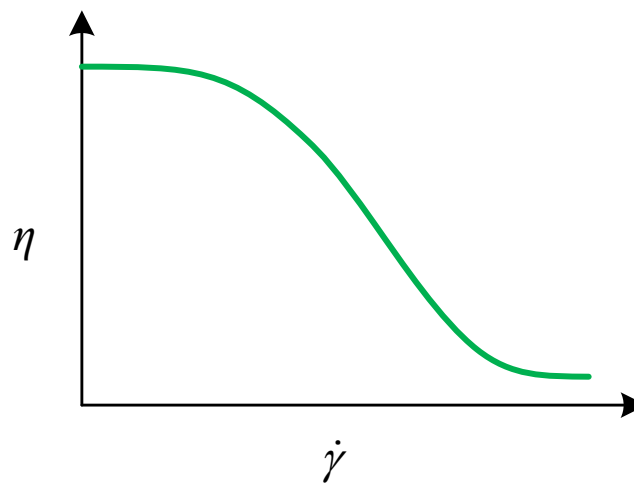
- 粗估黏度 (非稳态)
- 触变环

流动扫描 (Flow Sweep, 稳态测试)

- 阶梯速率



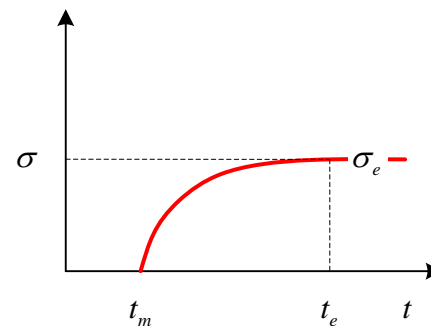
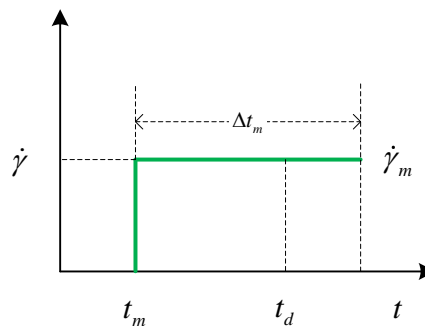
- 流动曲线



- 参数设定

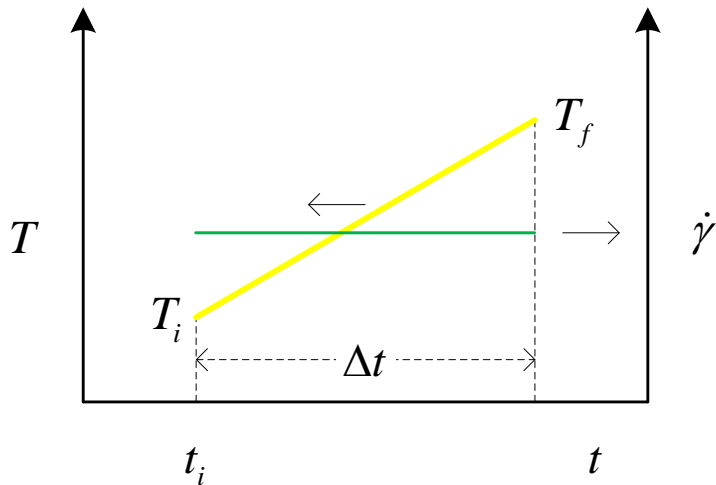
- 温度
- 剪切速率/应力范围
- 采点方法

- 稳态判断

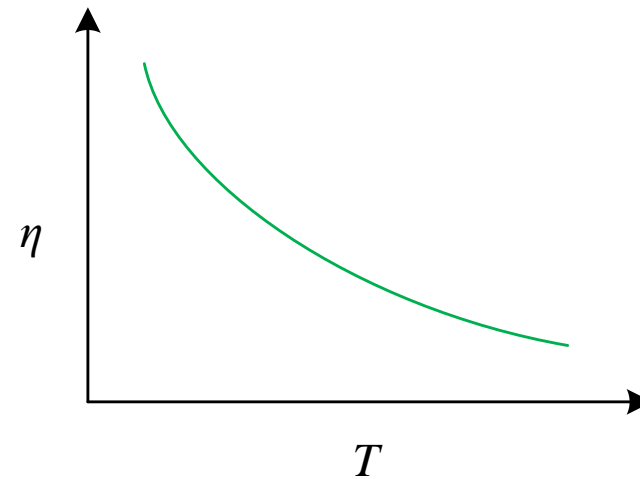


流动温度斜坡 (Flow Temperature Ramp)

- 温度斜坡



- 黏温曲线



- 设定参数

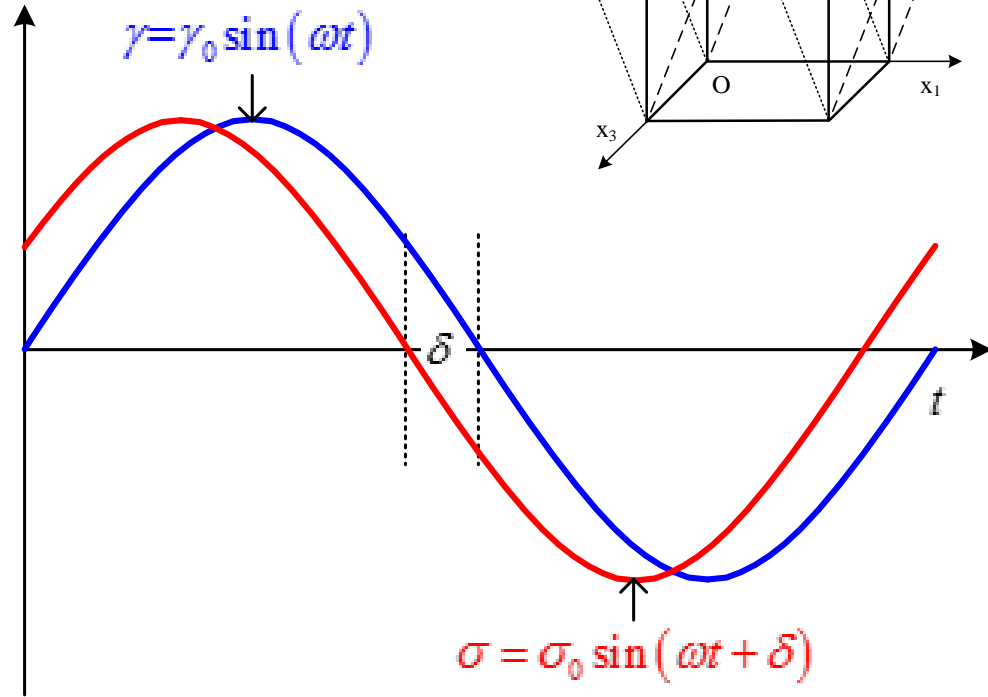
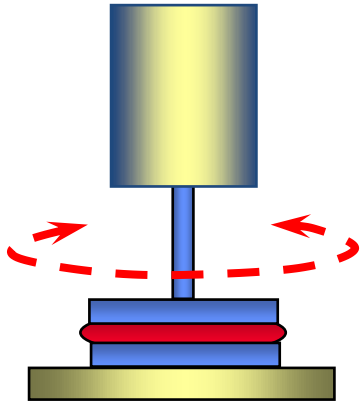
- 温度范围
- 变温速率
- 剪切速率/应力

- 用途

- 黏度对温度依赖性

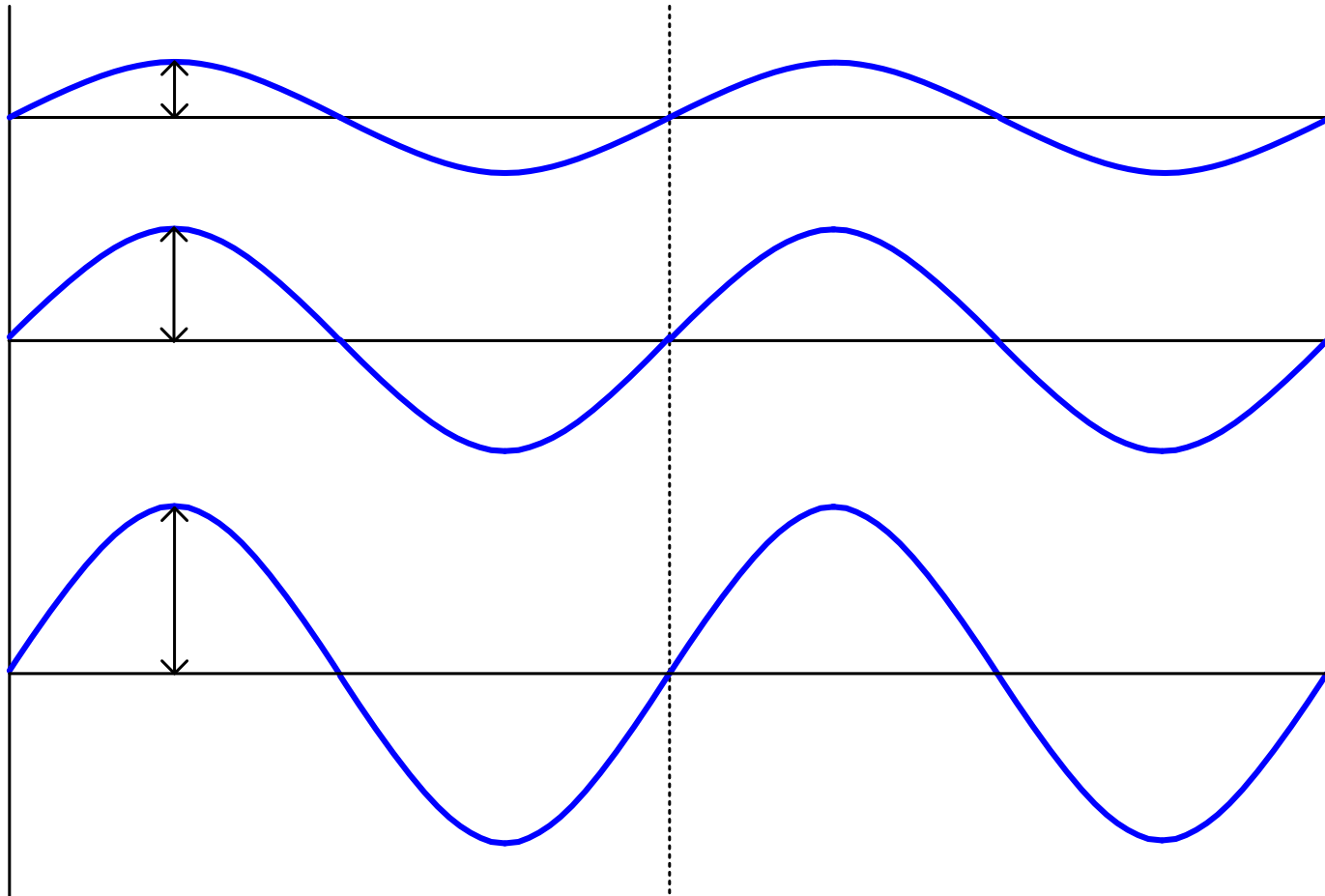
旋转流变测试模式 振荡测试 (Oscillation)

振荡测试 (Oscillation)



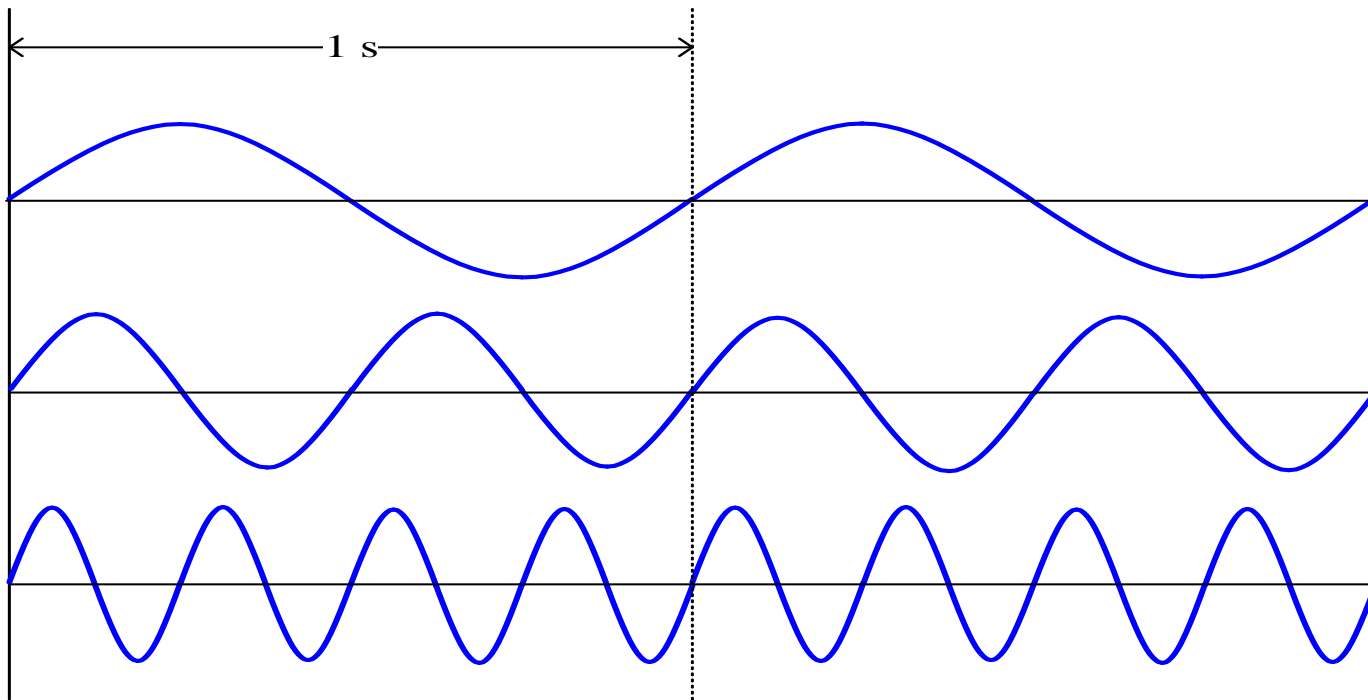
振幅 (Amplitude)

- 应变或应力振幅 (γ_0, σ_0)



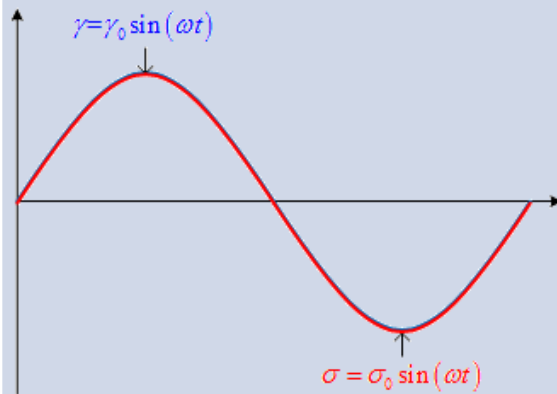
频率 (Frequency)

- 频率—1秒钟振荡的次数(振荡周期的倒数)
 - 符号 : ω or f 单位 : rad/s or Hz
 - 1 Hz = 1 cycles/second = 6.28 rad/s



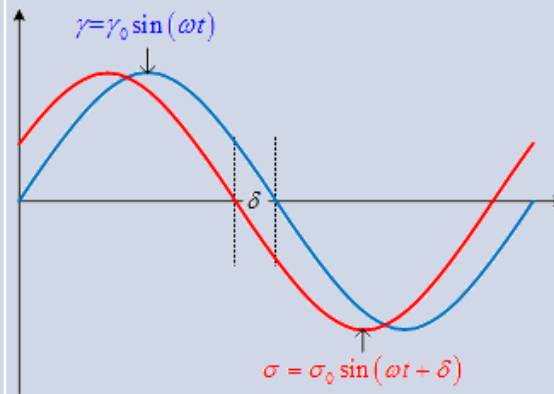
相位差 (Phase Angle)

纯弹性响应



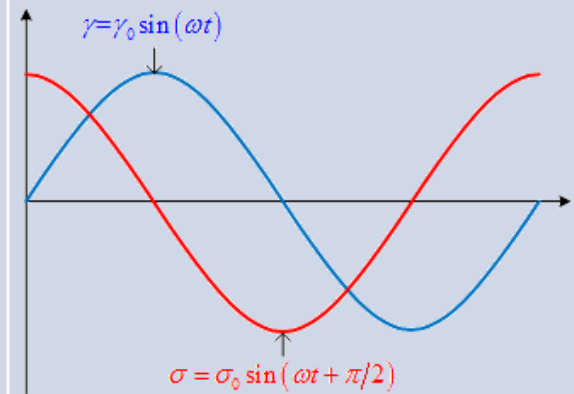
$$\delta = 0$$

黏弹性响应



$$0 < \delta < \pi/2$$

纯黏性响应



$$\delta = \pi/2$$

振荡数据处理

- 实时应变

$$\gamma = \gamma_0 \sin(\omega t)$$

- 应变速率

$$\dot{\gamma} = \omega \gamma_0 \cos(\omega t)$$

- 弹性响应

$$\sigma' = G' \gamma_0 \sin(\omega t)$$

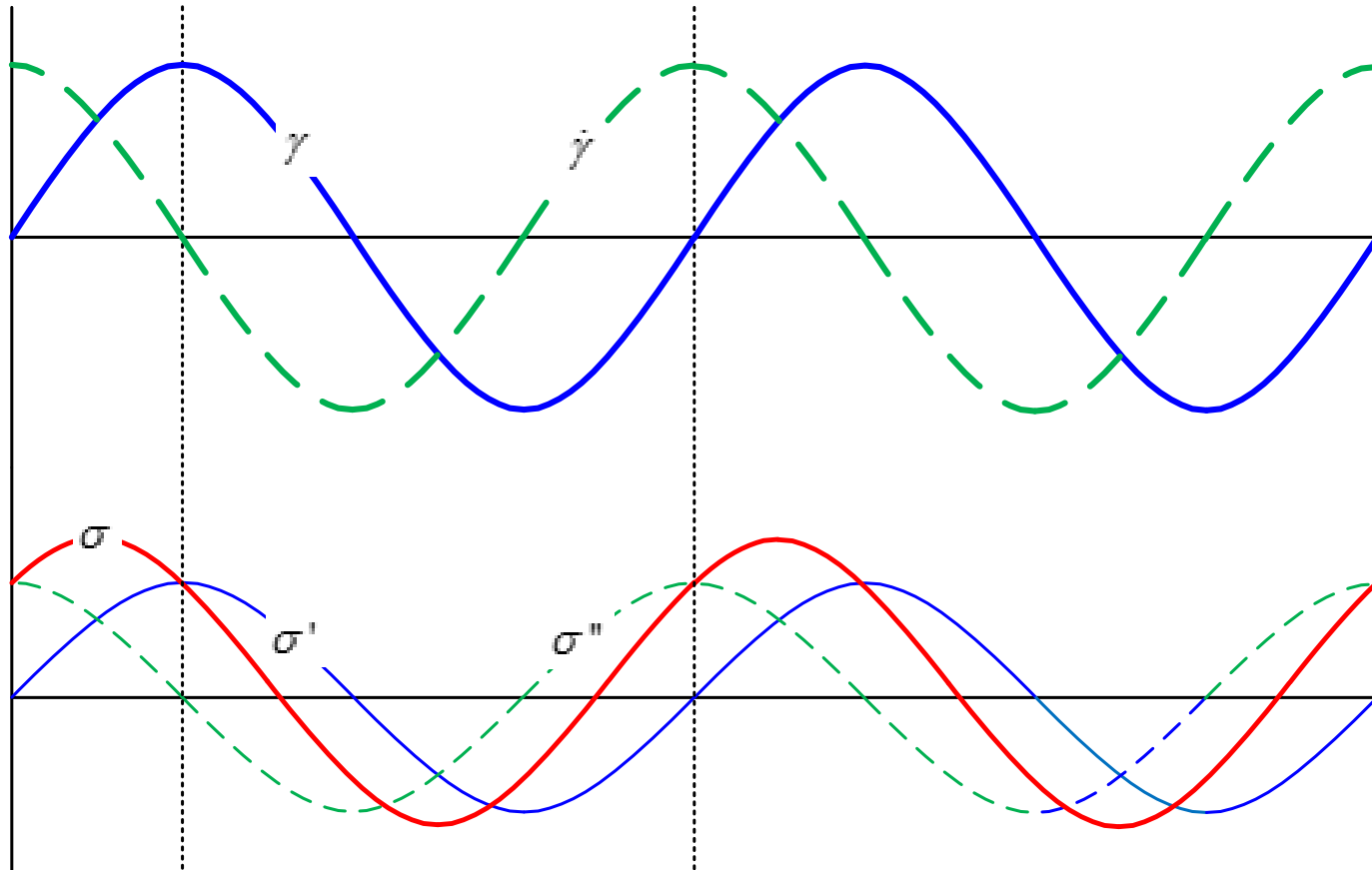
- 黏性响应

$$\sigma'' = \eta' \omega \gamma_0 \cos(\omega t) = G'' \gamma_0 \cos(\omega t)$$

$$G'' = \eta' \omega$$

振荡数据处理

- 总响应 = 弹性响应 + 黏性响应



振荡数据处理

- 黏弹总响应

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = G' \gamma_0 \sin(\omega t) + G'' \gamma_0 \cos(\omega t)$$

- 实时应力

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \\ &= \sigma_0 \cos \delta \sin(\omega t) + \sigma_0 \sin \delta \cos(\omega t)\end{aligned}$$

- 动态模量

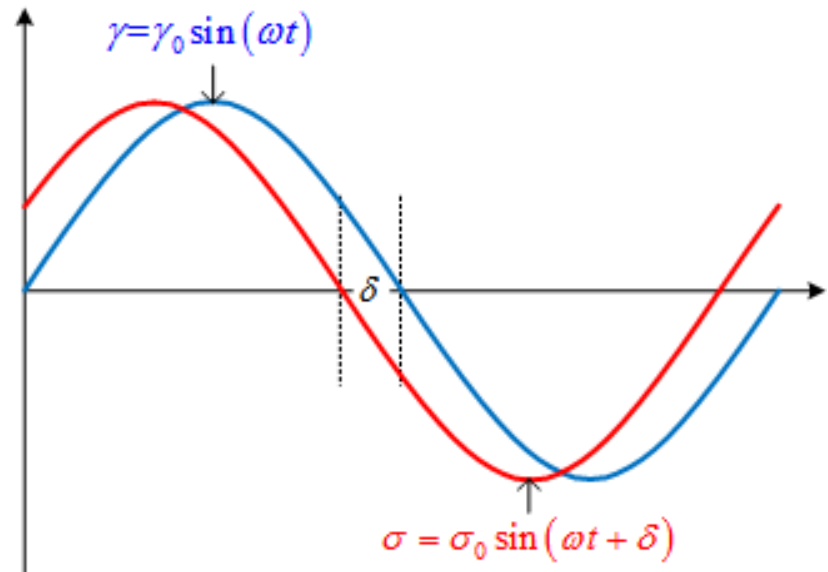
$$G' = \left(\frac{\sigma_0}{\gamma_0}\right) \cos \delta, \quad G'' = \left(\frac{\sigma_0}{\gamma_0}\right) \sin \delta$$

- 损耗因子 $\tan \delta = G'' / G'$

应力、应变的复数表示

- 实时应力和实时应变存在相位差，因此，应力和应变不能直接做除法运算
- 由欧拉公式
$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$
- 可知正弦和余弦函数描述等效，因此，可用复数的实部或虚部表示应力、应变

- 小振幅振荡剪切

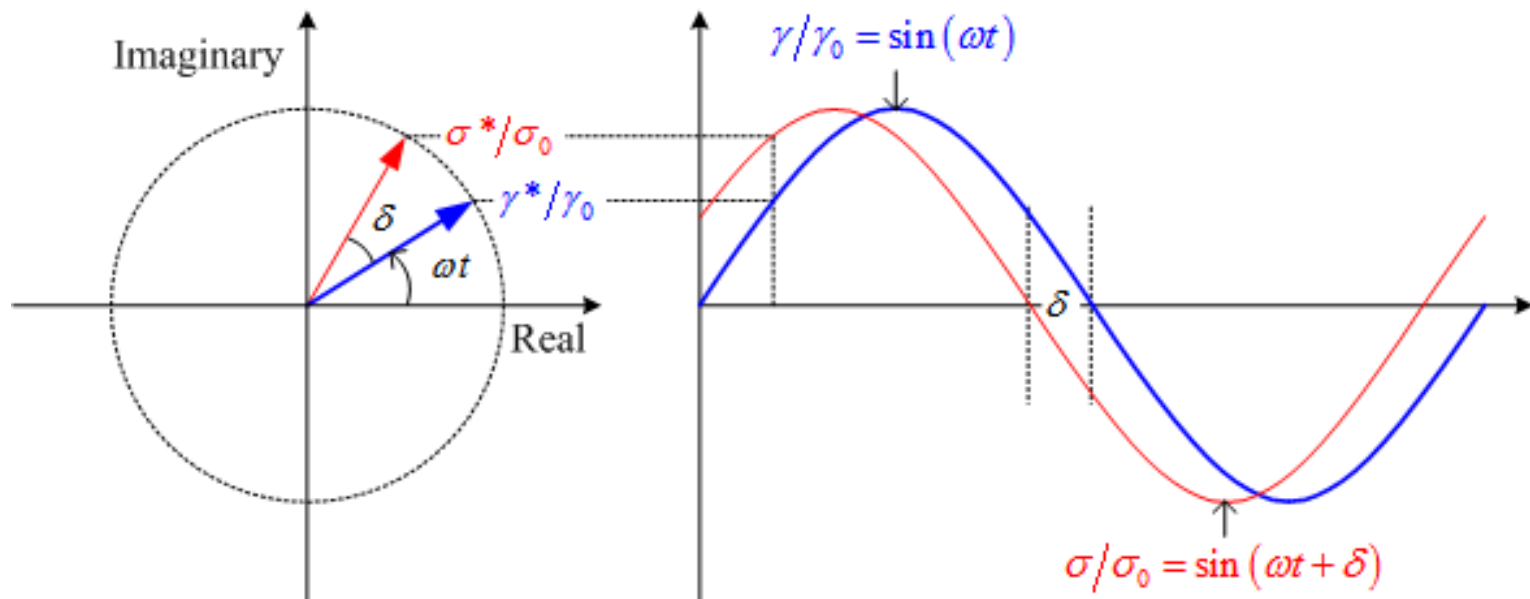


应变、应力的实数和复数表示及其对应关系

- 若实应变、应力使用**正弦函数**，则有

$$\gamma = \text{Im}\{\gamma^*\} \quad \gamma^* = \gamma_0 e^{i\omega t}$$

$$\sigma = \text{Im}\{\sigma^*\} \quad \sigma^* = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}$$

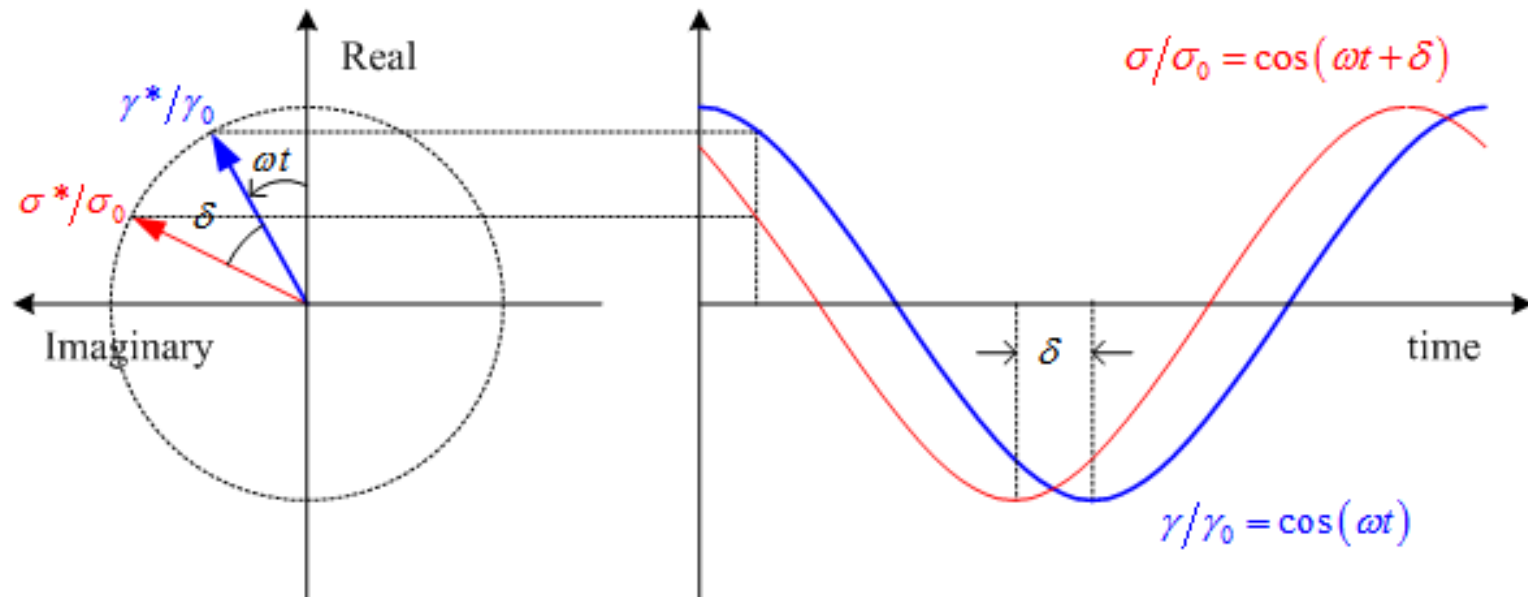


应变、应力的实数和复数表示及其对应关系

- 若实应变、应力使用**余弦函数**，则有

$$\gamma = \text{Re}\{\gamma^*\} \quad \gamma^* = \gamma_0 e^{i\omega t}$$

$$\sigma = \text{Re}\{\sigma^*\} \quad \sigma^* = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}$$



小振幅振荡的复数表示

- 复数模量

$$G^* = \frac{\sigma^*}{\gamma^*} = \frac{\sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}}{\gamma_0 e^{i\omega t}} = \frac{\sigma_0}{\gamma_0} e^{i\delta}$$

$$G^* = \frac{\sigma_0}{\gamma_0} \cos \delta + i \frac{\sigma_0}{\gamma_0} \sin \delta = G' + iG''$$

$$|G^*| = \frac{\sigma_0}{\gamma_0} = \sqrt{G'^2 + G''^2}$$

- 复数黏度

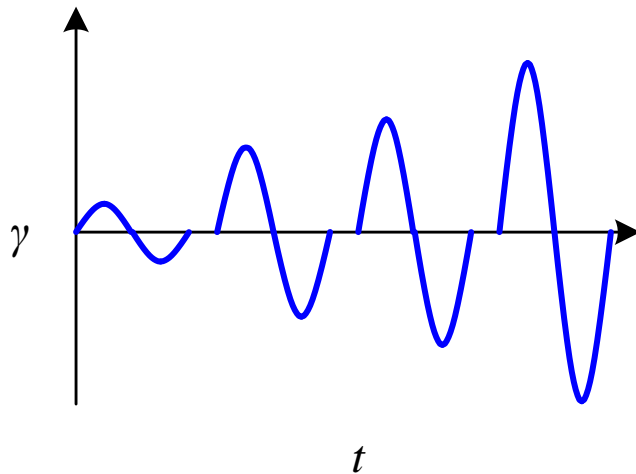
$$\dot{\gamma}^* = \frac{d\gamma^*}{dt} = i\omega\gamma_0 e^{i\omega t} = i\omega\gamma^*$$

$$\eta^* = \frac{\sigma^*}{\dot{\gamma}^*} = \frac{G^*}{i\omega} = \frac{G''}{\omega} - i \frac{G'}{\omega} = \eta' - i\eta''$$

$$|\eta^*| = \frac{|G^*|}{\omega} = \sqrt{\eta'^2 + \eta''^2}$$

振荡振幅 (Oscillation Amplitude)

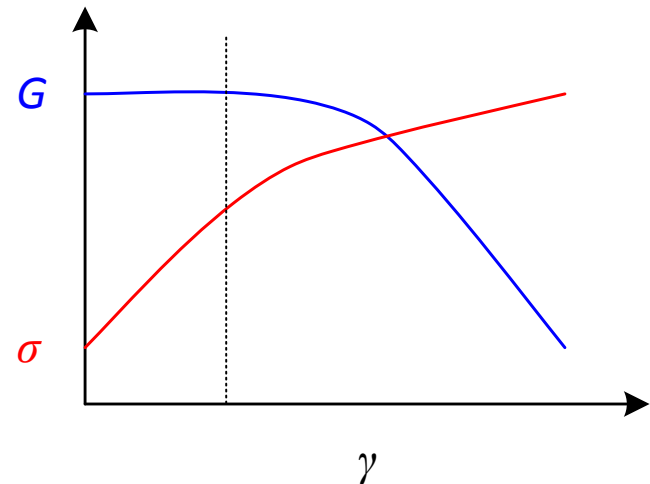
- 振幅扫描



- 设定参数

- 温度、频率
- 应变/应力范围

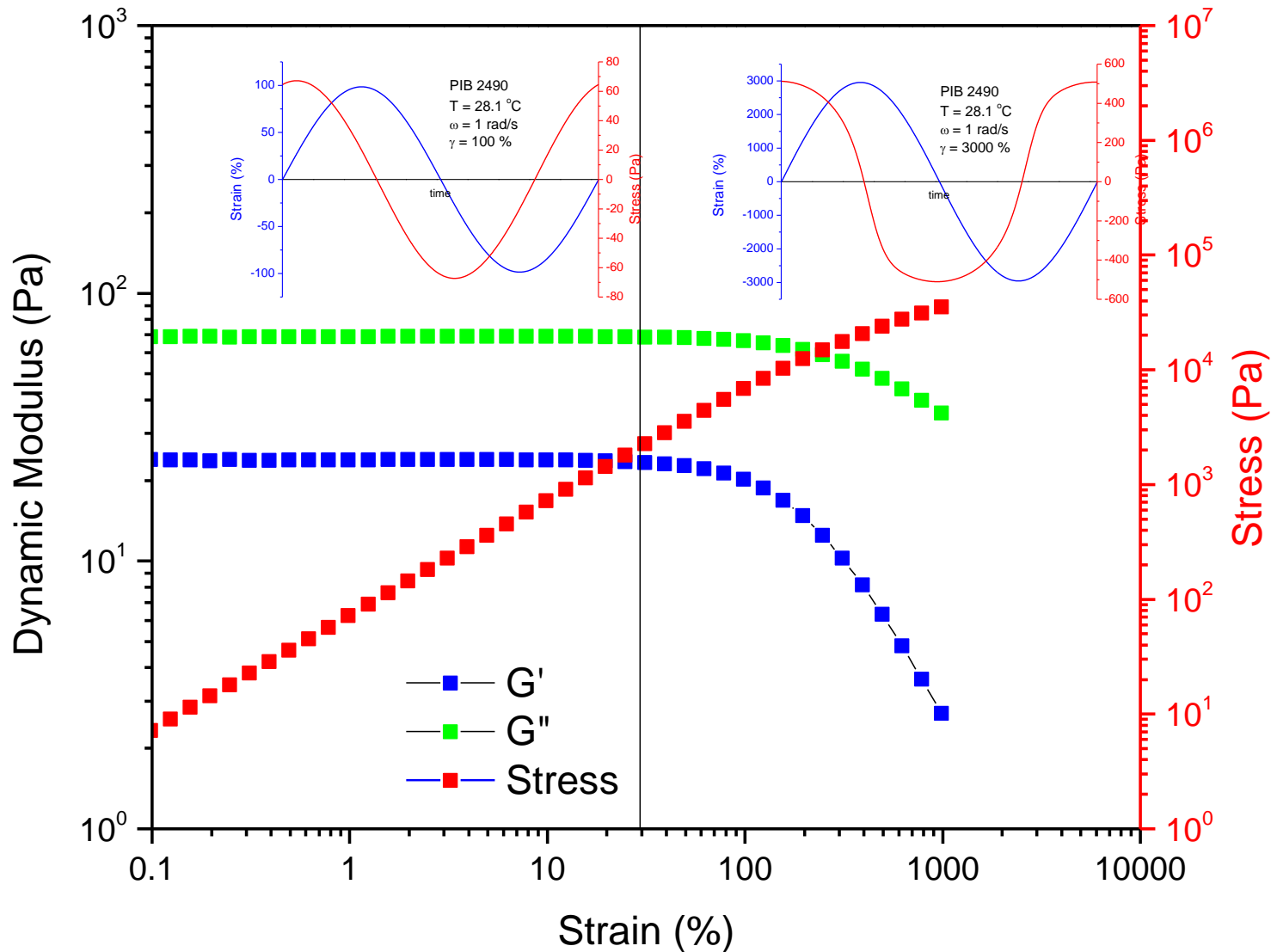
- 模量对振幅



- 用途

- 线性黏弹区探测
- 分散度评估

线性和非线性黏弹区



动态振荡测试及数据处理

- 在动态振荡测试中，周期性变化的应变和应力被数值化为离散的一对数组

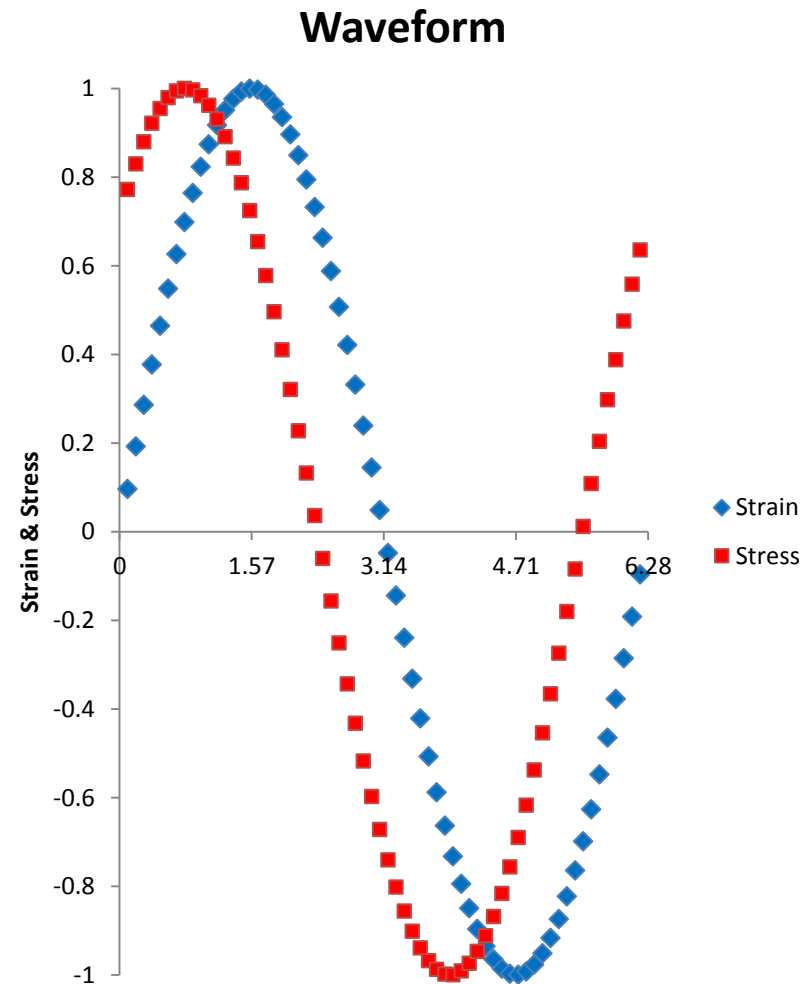
$$\gamma(n) = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n, \dots, \gamma_N\}$$

$$\gamma_n = \gamma_0 \sin(\omega n \Delta t)$$

$$\Delta t = 2\pi / \omega N$$

$$\sigma(n) = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n, \dots, \sigma_N\}$$

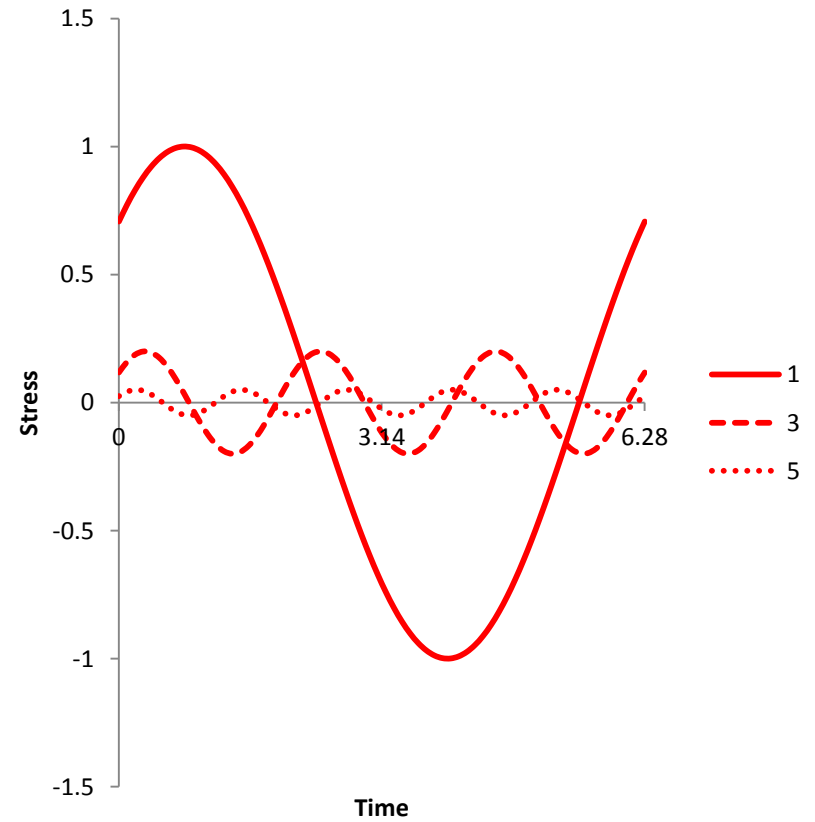
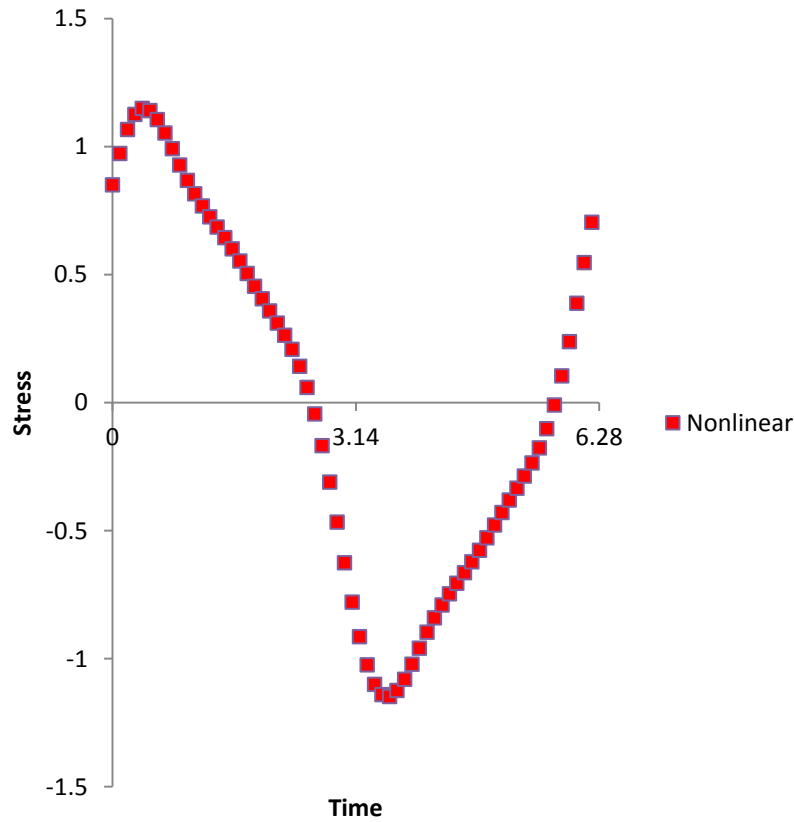
- 实时应变和应力的时域谱可通过离散Fourier变换转变为其频域谱，即波形函数（振幅、相位对频率）



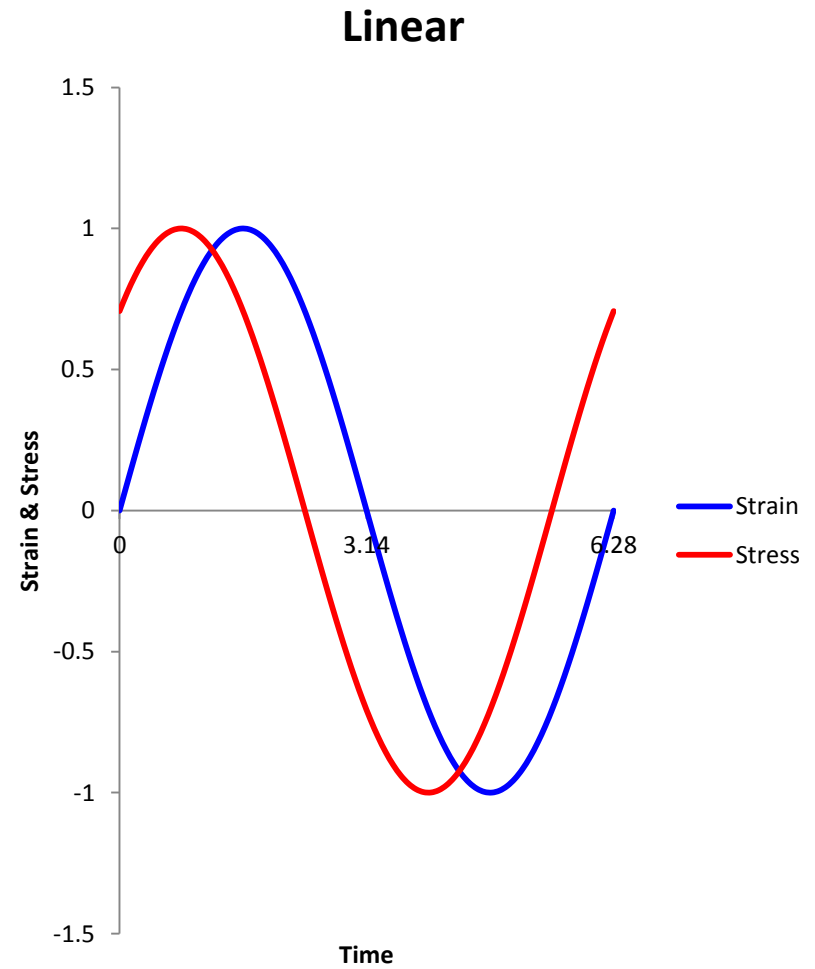
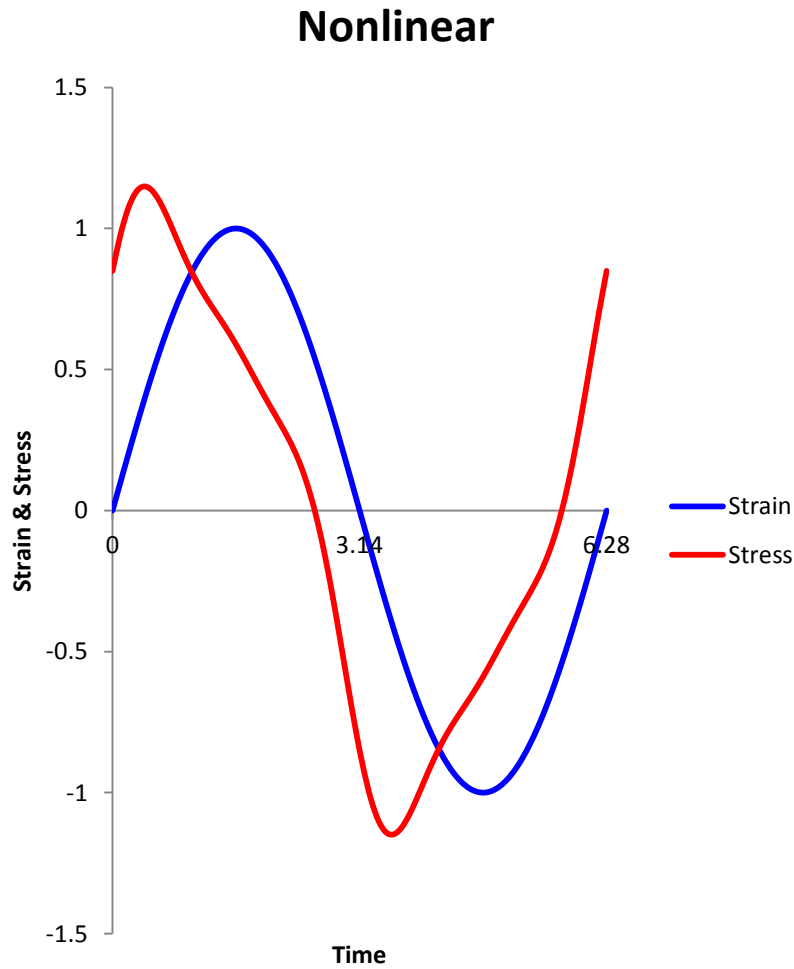
傅里叶变换

离散数据 $S(n) = \{S_1, S_2, \dots, S_n, \dots, S_N\}$

波形函数 $S(t) = \sum [S_{0,k} \sin(k\omega t + \delta_k)]$

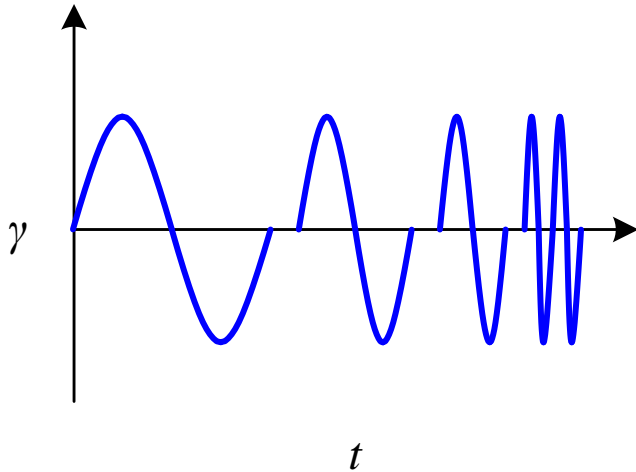


振荡非线性响应的“线性”化处理



振荡频率 (Oscillation Frequency)

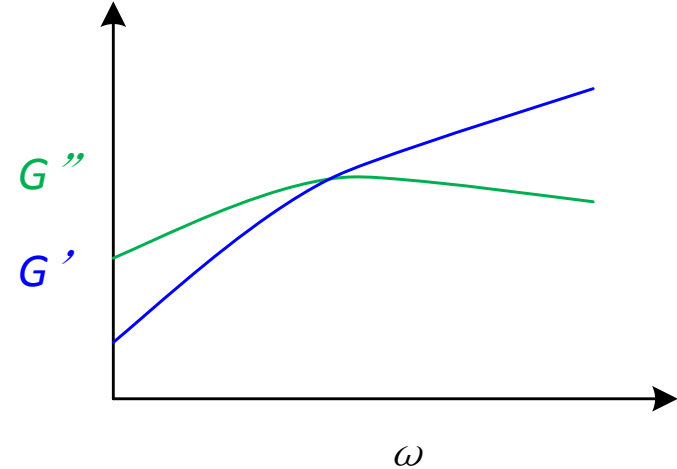
- 频率扫描



- 设定参数

- 温度
- 频率范围
- 线性黏弹区振幅

- 模量对频率

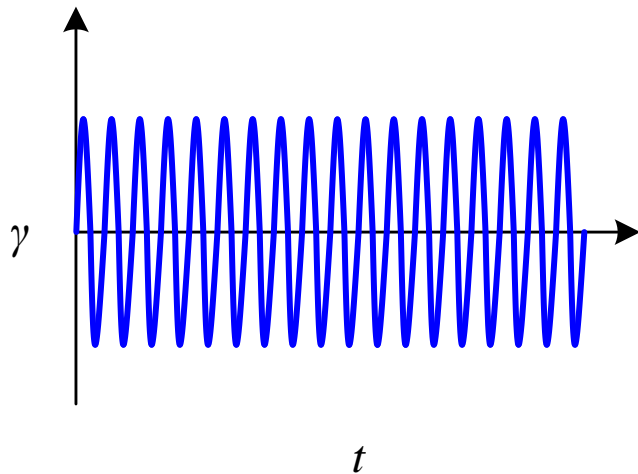


- 用途

- 结构探测
- 松弛时间谱

振荡时间 (Oscillation Time)

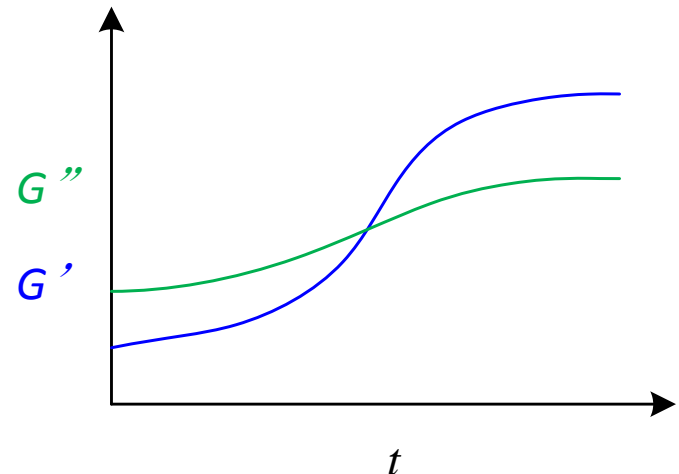
- 振荡时间



- 设定参数

- 温度
- 线性黏弹区振幅
- 频率和持续时间

- 模量对时间

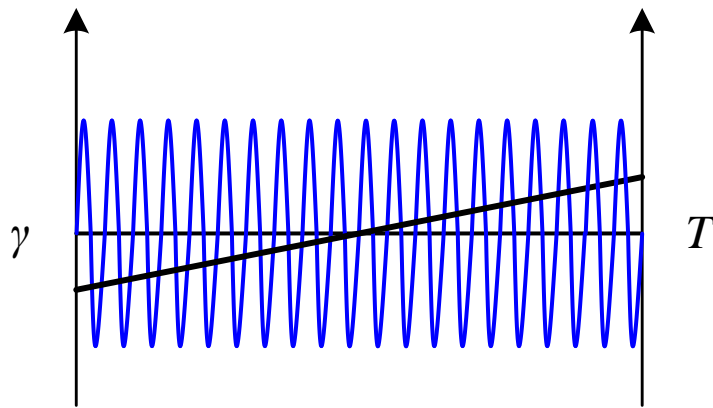


- 用途

- 热稳定评估
- 动力学过程示踪
- 疲劳性能评价

振荡温度斜坡 (Oscillation Temperature Ramp)

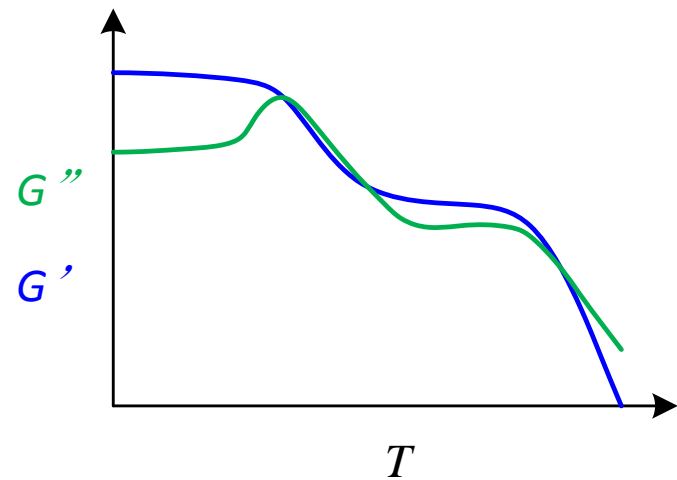
- 温度斜坡



- 设定参数 t

- 温度范围
- 变温速率
- 频率
- 线性黏弹区振幅

- 模量对温度



- 用途

- 转变温度探测
- 反应温度、凝胶化温度