

关键词：流动曲线，剪切速率，应力，黏度，模型拟合

### 摘要

不同的流体通常表现出不同的流动行为特征。为了描述和预测某流体的流动行为，需要使用流变流动模型对测量结果进行拟合，以获得可以描述该流体流动行为特征的模型及参数。本文主要介绍了拟合时流动模型的选择及拟合得到的参数。

### 引言

不同的流体通常表现出不同的流动行为特征，如图 1 所示。

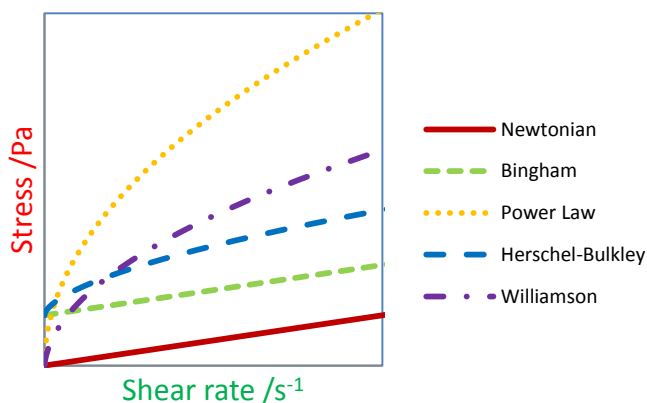


图 1 不同流体的流动行为特征

为了描述和预测某流体的流动行为，需要使用流变流动模型（见表 1）对测量结果进行拟合，以获得用于描述该流体流动行为特征的模型及参数。

表 1 常见流动模型

模型	模型方程
Newtonian	$\sigma = \eta_0 \dot{\gamma}$
Power Law	$\sigma = k_{PL} \dot{\gamma}^n$
Bingham	$\sigma = \sigma_y + \eta_B \dot{\gamma}$
Herschel-Bulkley	$\sigma = \sigma_y + k_{HB} \dot{\gamma}^n$
Casson	$\sqrt{\sigma} = \sqrt{\sigma_y} + \sqrt{\eta_C \dot{\gamma}}$
Williamson	$\eta = \eta_0 / [1 + (\lambda_W \dot{\gamma})^n]$
Sisko	$\eta = \eta_\infty + k_S \dot{\gamma}^{n-1}$
Carreau	$(\eta - \eta_\infty) / (\eta_0 - \eta_\infty) = [1 + (\lambda_{Ca} \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}$
Carreau-Yasuda	$(\eta - \eta_\infty) / (\eta_0 - \eta_\infty) = [1 + (\lambda_{CY} \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a}$
Cross	$(\eta - \eta_\infty) / (\eta_0 - \eta_\infty) = 1 / [1 + (\lambda_{Cr} \dot{\gamma})^n]$
Ellis	$(\eta - \eta_\infty) / (\eta_0 - \eta_\infty) = 1 / [1 + (k_E \sigma)^n]$

从表 1 可以看出，常用的流动模型可粗略分为三类：

- 剪切应力对剪切速率模型，Newtonian、Power Law、Bingham、Herschel-Bulkley 和 Casson 模型；
- 黏度对剪切速率模型，Williamson、Sisko、Carreau、Carreau-Yasuda 和 Cross 模型；
- 黏度对剪切应力模型，Ellis 模型。

### 模型选择依据

由于模型必须能准确描述当前流体的流动行为特征，因此，模型拟合时所选用模型的曲线特征必须与被测流体的行为特征一致。在选用模型时，必须熟悉各种流动模型曲线的轮廓特征，原则上，不能选用不一致或者超范围的模型。

剪切应力对剪切速率模型的数据轮廓如图 1 所示。需要注意的是其中 Bingham、Herschel-Bulkley 和 Casson 模型在剪切应力（纵坐标）轴有截距（屈服应力）。

黏度对剪切速率各模型涵盖的数据轮廓如图 2 所示。

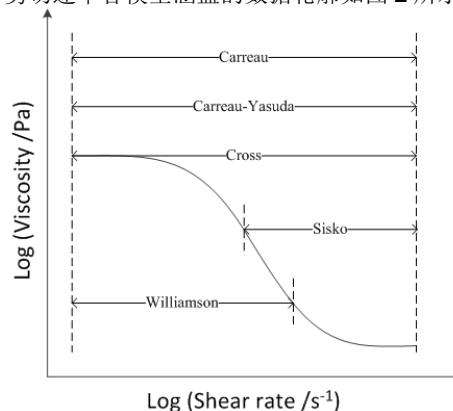


图 2 黏度对剪切速率模型行为特征

从表 1 所列方程和图 2 均可以看出，Williamson 模型在低剪切端存在黏度平台（零剪切黏度）；Sisko 模型在高剪切端存在黏度平台（无穷大剪切黏度）；Carreau、Carreau-Yasuda 和 Cross 模型在低剪切端和高剪切端均存在黏度平台。

从表 1 所列方程可以看出，黏度对剪切应力 Ellis 模型在低剪切应力端和高剪切应力端均存在黏度平台。

### 模型拟合实践

#### 牛顿模型

牛顿模型的曲线轮廓如图 3 所示。

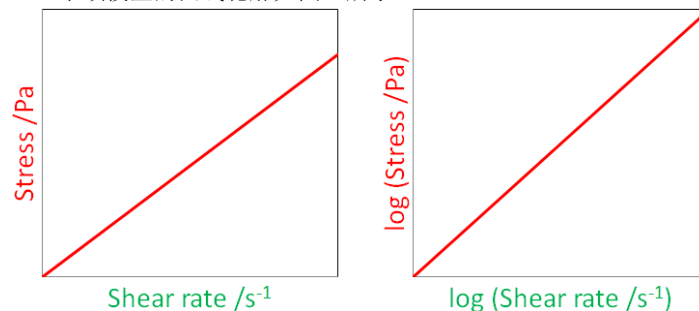


图 3 牛顿模型的曲线轮廓特征

作图：剪切应力对剪切速率

坐标轴呈现：线性或对数

拟合因变量：剪切应力

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：黏度 ( $\eta_0$ )

## 幂律模型

幂律模型的曲线轮廓如图 4 所示。

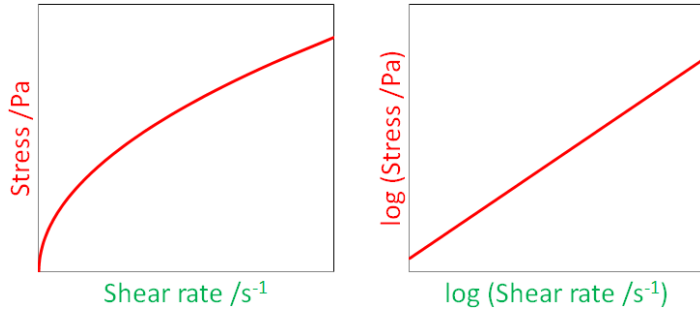


图 4 幂律模型的曲线轮廓特征

作图：剪切应力对剪切速率

坐标轴呈现：线性或对数

拟合因变量：剪切应力

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**稠度系数** ( $k_{PL}$ ) 和**幂律指数** ( $n$ )

由于稠度系数  $k_{PL}$  的量纲单位依赖于幂律指数，因此，在大部分流变分析软件中，该参数的量纲单位不能正确显示，而通常显示为黏度的量纲单位。

幂律指数  $n$  标识流体偏离牛顿流体的程度：当  $n = 1$  时，流体表现为牛顿流体；当  $n > 1$  时，流体表现为剪切增稠；当  $n < 1$  时，流体表现为剪切变稀。

## 宾汉模型

宾汉模型的曲线轮廓如图 5 所示。

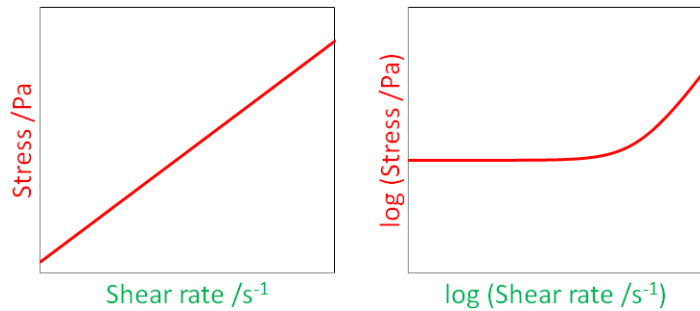


图 5 宾汉模型的曲线轮廓特征

作图：剪切应力对剪切速率

坐标轴呈现：线性或对数

拟合因变量：剪切应力

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**屈服应力** ( $\sigma_y$ ) 和**流动黏度** ( $\eta_B$ )

## Herschel-Bulkley 模型

Herschel-Bulkley 模型的曲线轮廓如图 6 所示。

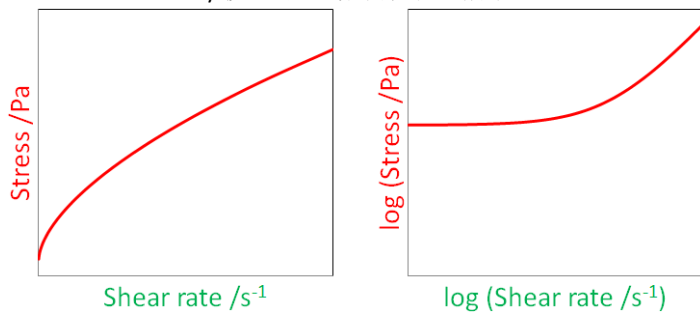


图 6 Herschel-Bulkley 模型的曲线轮廓特征

作图：剪切应力对剪切速率

坐标轴呈现：线性或对数

拟合因变量：剪切应力

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**屈服应力** ( $\sigma_y$ )、Herschel-Bulkley 系数

( $k_{HB}$ ) 和 Herschel-Bulkley 指数 ( $n$ )

## Casson 模型

Casson 模型的曲线轮廓如图 7 所示。

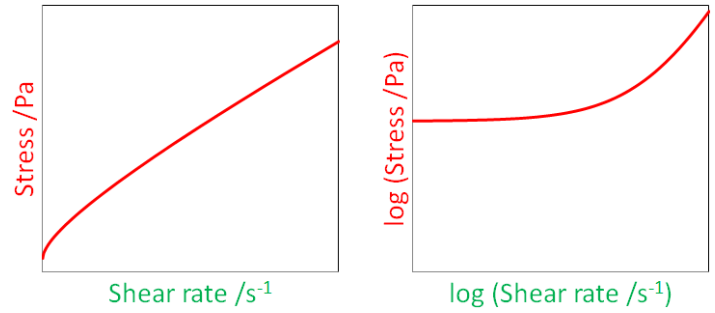


图 7 Casson 模型的曲线轮廓特征

作图：剪切应力对剪切速率

坐标轴呈现：线性或对数

拟合因变量：剪切应力

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**屈服应力** ( $\sigma_y$ ) 和**流动黏度** ( $\eta_c$ )

## Williamson 模型

Williamson 模型的曲线轮廓如图 8 所示。

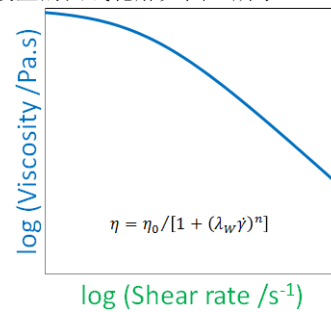


图 8 Williamson 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切速率

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**零剪切黏度** ( $\eta_0$ )、**Williamson 松弛时间**

( $\lambda_w$ ) 和 **Williamson 指数** ( $n$ )

## Sisko 模型

Sisko 模型的曲线轮廓如图 9 所示。

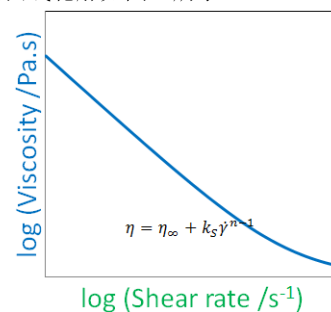


图 9 Sisko 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切速率

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**无穷大剪切黏度** ( $\eta_{\infty}$ )、**Sisko 系数** ( $k_S$ ) 和 **Sisko 指数** ( $n$ )

### Carreau 模型

Carreau 模型的曲线轮廓如图 10 所示。

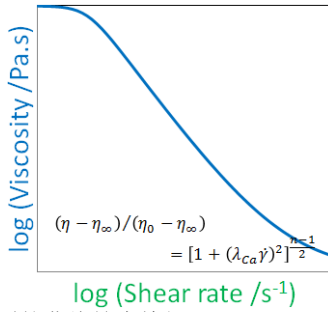


图 10 Carreau 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切速率

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**零剪切黏度** ( $\eta_0$ )、**无穷大剪切黏度**

( $\eta_{\infty}$ )、**Carreau 松弛时间** ( $\lambda_{Ca}$ ) 和 **Carreau 指数** ( $n$ )

### Carreau-Yasuda 模型

Carreau-Yasuda 模型的曲线轮廓如图 11 所示。

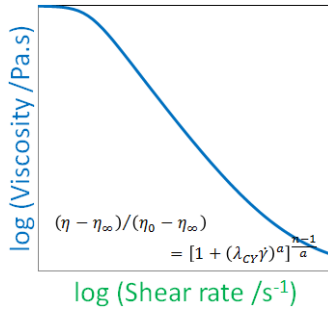


图 11 Carreau-Yasuda 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切速率

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**零剪切黏度** ( $\eta_0$ )、**无穷大剪切黏度**

( $\eta_{\infty}$ )、**Carreau-Yasuda 松弛时间** ( $\lambda_{Ca}$ )、**Yasuda 参数** ( $a$ ) 和

**Carreau-Yasuda 指数** ( $n$ )

### Cross 模型

Cross 模型的曲线轮廓如图 12 所示。

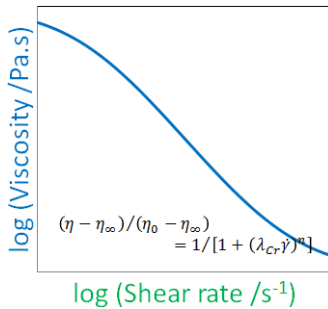


图 12 Cross 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切速率

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切速率

拟合得到的参数：**零剪切黏度** ( $\eta_0$ )、**无穷大剪切黏度** ( $\eta_{\infty}$ )、**Cross 松弛时间** ( $\lambda_{Cr}$ ) 和 **Cross 指数** ( $n$ )

### Ellis 模型

Ellis 模型的曲线轮廓如图 13 所示。

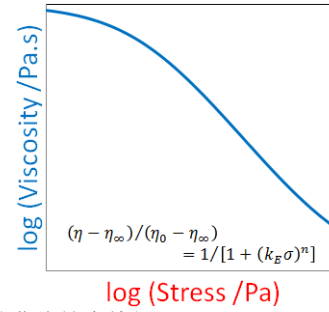


图 13 Ellis 模型的曲线轮廓特征

作图：黏度对剪切应力

坐标轴呈现：双对数

拟合因变量：黏度

拟合自变量：剪切应力

拟合得到的参数：**零剪切黏度** ( $\eta_0$ )、**无穷大剪切黏度**

( $\eta_{\infty}$ )、**Ellis 系数** ( $k_E$ ) 和 **Ellis 指数** ( $n$ )

Ryan Li, Ph.D.

TA Instruments - Waters LLC

上海市漕河泾开发区钦州北路 1198 号 82 栋 16 楼

邮编：200233

电话：021-34182000

传真：021-64951999

邮箱：info@tainstruments.com

网址：www.tainstruments.com.cn